

**UNIVERSIDADE BANDEIRANTE DE SÃO PAULO  
PATRICIA DE BARROS MONTEIRO CERVANTES**

**UMA FORMAÇÃO CONTINUADA SOBRE AS FRAÇÕES**

**SÃO PAULO  
2010**

**PATRICIA DE BARROS MONTEIRO CERVANTES**

**Mestrado em Educação Matemática**

**UMA FORMAÇÃO CONTINUADA SOBRE AS FRAÇÕES**

**Dissertação apresentado à banca examinadora do Programa de Pós-Graduação da Universidade Bandeirante de São Paulo, como exigência parcial para a qualificação para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática, sob a orientação da Professora Doutora Angélica da Fontoura Garcia Silva.**

**SÃO PAULO**

**2010**



Monteiro, Patricia de Barros Cervantes

Uma Formação Continuada Sobre As Frações/ Patricia de Barros Monteiro Cervantes. São Paulo: [s.n.], 2011.

Dissertação de Mestrado para a obtenção do título de Mestre em Educação Matemática. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Bandeirante de São Paulo.  
Orientadora: Profa. Dra. Angélica da Fontoura Garcia Silva.

1. Educação Matemática 2. Formação Continuada de Professores 3. Formação de Professores que Ensinam Matemática.4. Significados parte todo e quociente.

Banca Examinadora

---

Profa. Dra. Angélica da Fontoura Garcia Silva  
(Presidente-Orientador)

---

Prof. Dr. Cristiano Alves Muniz UnB (1º Titular Externo)

---

Profa. Dra. Tania Maria Mendonça Campos- UNIBAN-  
(1º Titular Interno)

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta dissertação por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

Assinatura: \_\_\_\_\_

Local e Data: \_\_\_\_\_

*Dedico este trabalho aos meus amados pais ANTONIO DE BARROS MONTEIRO (IN MEMORI ) E LUCINDA TRUJILLO MONTEIRO aos meus queridos irmãos KARLA E LUIZ HENRIQUE, ao meu sobrinho Felipe ao meu marido e meu filhinho que esta chegando, presentes nesta minha conquista e em tantas outras realizações.*

## AGRADECIMENTOS

Agradeço,

em primeiro lugar e acima de tudo, a Deus pois sempre me sustenta em todos os momentos tanto os bons como os ruins e que até aqui tem me ajudado;

aos meus pais, que me proporcionaram a possibilidade de estudar e investiram na tanto formação do meu caráter ;

ao meu irmão Luiz Henrique que nas horas em que mais precisei de ajuda estava sempre presente;

a minha irmã ao meu cunhado e meu sobrinho Felipe que tanto oraram por mim em todos os momentos, inclusive durante essa jornada;

ao meus amigos Juvenal e Raquel que me socorreram em momentos difíceis;

ao meu marido Marcelo por seu amor, companheirismo e incentivo;

ao meu filhinho (presente de Deus na minha vida) que esta chegando em poucos dias e que tem me apoiado e me ajudado a terminar esse trabalho de forma tão feliz:

de maneira muitíssimo especial à minha orientadora, amiga, e companheira de muitos trabalhos a professora Dra. Angélica da Fontoura Garcia Silva, sem a qual teria bastante dificuldades em concluir todo esse percurso de aprendizagem:

ao Professor Dr. Ruy Pietropaolo, que me convidou para esse Programa e foi por sua iniciativa mesmo que pude iniciar essa jornada que esta chegando ao fim.

à professora Dra. Tania Maria Mendonça Campos, que ofereceu tantas contribuições a este trabalho e me proporcionou essa experiência com a Prof.<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Terezinha Nunes em seu projeto piloto e em tantos outros momentos de contribuição e colaboração durante todo o trabalho;

a todos os professores do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, de maneira grata aos que tive contato direto durante o curso de mestrado: Angélica da Fontoura Garcia Silva, Verônica Yumi, , Bette Prado, Nielce Meneguelo, Vera Giusti, , Lulu Healy,

Agradeço também aos funcionários do Programa de Pós-graduação e à sua mentora e coordenadora professora Dra. Tânia Maria Mendonça Campos, por coragem, ousadia e determinação.

A todos: muito obrigada!

## RESUMO

Este estudo tem como objetivo identificar e analisar o conhecimento profissional de professores que ensinam matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental a respeito do processo de ensino e aprendizagem de frações quando estes participaram de um processo de formação continuada. Tal processo formativo teve como foco as discussões sobre a introdução do conceito de fração por meio do significado quociente. Essa pesquisa, de natureza qualitativa, foi desenvolvida no âmbito do Observatório da Educação da UNIBAN, um projeto financiado pela CAPES. Para a coleta de dados foram utilizados os seguintes instrumentos: questionários, registros de observações colhidos nas sessões de formação, resoluções de problemas propostos dos professores e de seus alunos, além de entrevista semiestruturada. Nosso estudo está fundamentado em teorias sobre a Formação de Professores (Schon, 1983) e Conhecimento Profissional Docente (Shulman, 1986). Sobre o processo de ensino e aprendizagem de frações nos baseamos nas investigações realizadas por Nunes (2003, 2009), inspiradas nos estudos de em Streefland (1991, 1997). Esta pesquisa conclui que o trabalho colaborativo e reflexivo dos professores se torna fundamental para o desenvolvimento do Conhecimento Profissional Docente. Os momentos de reflexão proporcionados durante a formação contribuíram para uma atitude positiva em relação à introdução do conceito de fração por meio da situação quociente, rompendo com a tradição de se iniciar esse trabalho apenas com o significado parte-todo. Assim, a metodologia das oficinas e as situações didáticas utilizadas revelaram ser um caminho favorável para a formação de professores em contextos semelhantes, pelo fato de potencializar a reconstrução dos conhecimentos sobre o ensinar e aprender frações. Reiteramos o que alguns estudos (Nunes, 2003) e Mamede (2007) já têm indicado: o início do ensino de frações por meio da exploração de situações envolvendo o significado quociente é um recurso potencialmente rico para a ampliação pelas crianças da ideia de divisão com números naturais.

**Palavras-chave:** Educação Matemática; Formação Continuada de Professores; Formação de Professores que Ensinam Matemática; Significados parte todo e quociente.

## ABSTRACT

This study aims to identify and analyze the professional knowledge of teachers who teach mathematics to the early years of elementary school about the process of teaching and learning of fractions when they participated in a process of continuous education. This training process was to focus the discussions on the introduction of the concept of fraction through meaningful ratio. This research is qualitative, was developed within the Centre of Education UNIBAN, a project funded by CAPES. To collect data we used the following instruments: questionnaires, observation logs harvested in the training sessions, resolutions for problems of teachers and their pupils, and semistructured interviews. Our study is based on theories of Teacher Education (Schon, 1983) and Professional Teaching Knowledge (Shulman, 1986). On the process of teaching and learning of fractions we have relied on research conducted by Nunes (2003, 2009), inspired by studies in Streefland (1991, 1997). This research concludes that the collaborative and reflective work of teachers is fundamental to the development of Knowledge Teaching Professional. The moments of reflection provided during the training contributed to a positive attitude towards the introduction of the concept of fractions through the situation quotient, breaking with tradition to begin this work only with the part-whole meaning. Thus, the methodology of the workshops and used the didactic situations proved to be a way favorable to the training of teachers in similar contexts, the fact enhance the reconstruction of knowledge about teaching and learning fractions. We reiterate that some studies (pg, 2003) and Mamede (2007) have already shown: the start of teaching fractions through the exploration of situations involving the significance ratio is a potentially rich resource for expanding the children with the idea of division natural numbers.

Keywords: Mathematics Education, Continuing Education of Teachers, Training of Teachers who teach mathematics; Meanings part and whole quotient.

## **LISTA DE ABREVIATURAS**

CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CENP	Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas
EF	Ensino Fundamental
MEC	Ministério da Educação e Cultura
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
SARESP	Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo
SAEB	Sistema de Avaliação do Ensino Básico
SEE/SP	Secretaria de Estado da Educação de São Paulo
PCOP	Professor Coordenador da Oficina Pedagógica
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
UNIBAN/SP	Universidade Bandeirante de São Paulo

# SUMÁRIO

---

<b>APRESENTAÇÃO.....</b>	14
<b>CAPÍTULO 1: A CONFIGURAÇÃO DA PESQUISA.....</b>	17
1.1. ANTECEDENTES E MOTIVAÇÕES.....	17
1.2. PROBLEMA DE PESQUISA E JUSTIFICATIVA	20
1.3. CONSIDERAÇÕES TEÓRICOS METODOLÓGICAS.....	21
<b>CAPÍTULO 2: REVISÃO DE LITERATURA E FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.</b>	17
2.1. O CONHECIMENTO PROFISSIONAL DOCENTE E A REFLEXÃO.....	24
2.2. NÚMEROS RACIONAIS NA REPRESENTAÇÃO FRACIONÁRIA	28
2.3. APRESENTAÇÃO DOS ESTUDOS RELACIONADOS AO OBJETO MATEMÁTICA	28
2.4 QUANTO A FORMAÇÃO DE PROFESSORES E OBJETO MATEMÁTICA	33
2.5. QUANTO AO ENSINO E APRENDIZAGEM E O OBJETO MATEMÁTICO: UMA REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	34
2.6 CURRÍCULO NACIONAL DE MATEMÁTICA: PCN	36
2.7 ORIENTAÇÃO DOS PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES	37
<b>CAPÍTULO 3: O ESTUDO.....</b>	40
3.1 DESCRIÇÃO DA PESQUISA.....	41
3.2 ESTUDO PILOTO	42
3.3 NOSSA INTERVENÇÃO	53
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	73
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	76
<b>Anexos .....</b>	78

# APRESENTAÇÃO

---

O presente estudo insere-se na linha de pesquisa “Formação de Professores que Ensinam Matemática” do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Bandeirante de São Paulo (UNIBAN). Esse trabalho foi desenvolvido no âmbito de um projeto desta linha de pesquisa denominado: “Educação Continuada de Professores de Matemática do Ensino Fundamental e Médio: Constituição de um Núcleo de Estudo e Investigação de Processos Formativos” do Programa Observatório da Educação – projeto com financiamento da CAPES<sup>1</sup>.

A finalidade desse estudo é identificar e analisar conhecimento profissional de professores que ensinam matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental a respeito do processo de ensino e aprendizagem dos números racionais na representação fracionária - frações<sup>2</sup>, quando estes participaram de um processo de formação continuada cujo foco foi a discussão sobre a introdução do conceito de fração por meio do significado quociente.

Participaram dessa formação continuada vinte professores que ensinam Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental. Analisamos tanto as respostas desses professores a questões discutidas em três sessões, assim como suas intervenções no curso durante esta formação. Desses professores, selecionamos dois, com o objetivo de estudar o conhecimento profissional docente depois que estes aplicaram um protocolo envolvendo situações aos seus alunos com o propósito de introduzir o conceito de fração por meio do significado quociente.

Portanto, para desenvolver essa pesquisa, nos orientaremos pela seguinte questão:

- ***Como os professores que atuam nos anos iniciais do ensino fundamental podem aprender pela prática, na prática e a partir da prática***

---

<sup>1</sup> CAPES: Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior.

<sup>2</sup> Nossa opção nesta dissertação para facilitar a leitura do texto será a utilização do termo fração para designar os números racionais na representação fracionária

***da sala de aula por meio de discussões sobre situações problema envolvendo frações em um curso de formação?***

Para atingir tal objetivo e responder a nossa questão de pesquisa, utilizamos uma abordagem qualitativa de pesquisa. Coletamos os dados para este estudo por meio dos seguintes instrumentos: questionários, registros de observações colhidas nas sessões de formação, registros dos alunos dos professores e dos alunos, e entrevistas semiestruturadas.

No Capítulo 1 apresentamos os antecedentes e as motivações que nos levaram à elaboração desse trabalho. Além disso, discutimos brevemente o que apontam os currículos a respeito dos processos de ensino e aprendizagem das frações. Apresentamos ainda brevemente, nossas escolhas tanto a respeito da metodologia da pesquisa como dos teóricos que pretendemos utilizar na análise dos dados.

No Capítulo 2, apresentamos uma análise de algumas pesquisas existentes sobre o tema, objetivando ampliar nossa justificativa e discutir a teoria que utilizaremos neste estudo. Apresentaremos alguns trabalhos que versam sobre as frações, em especial dos que tratam da fração e o significado quociente e da nossa fundamentação teórica tanto no que se refere à Formação de Professores e ao Conhecimento Profissional Docente, como a que concerne ao objeto matemático frações.

No Capítulo 3, apresentamos nossos estudos, os procedimentos metodológicos, ou seja, a Metodologia utilizada. Iniciamos o capítulo pela descrição do cenário em que a formação continuada se constituiu: Observatório da Educação, já que nosso estudo está vinculado a esse projeto. Em seguida, faremos a descrição do projeto piloto o qual inspirou a formação continuada que. Nossa finalidade foi a de justificar o método utilizado para coleta dos dados bem como uma parte dos dados e sua análise.

No Capítulo 4, apresentamos a análise os dados obtidos por meio da entrevista.

Nas Considerações finais, relatamos brevemente o percurso do trabalho, as análises feitas e relacionamos com resultados de outras pesquisas. Comentamos as “limitações” da pesquisa, possibilidades e finalmente, indicamos a necessidade de novos trabalhos (indicar questões ou temáticas).

# CAPÍTULO 1

## A CONFIGURAÇÃO DA PESQUISA

---

Neste capítulo comentaremos os antecedentes e as motivações que nos levaram à elaboração desse estudo. Além disso, apresentaremos nossa questão de pesquisa e a metodologia e indicamos a fundamentação utilizada.

### 1.1 TRAJETÓRIA E MOTIVAÇÕES

Em 2008, tive a oportunidade de trabalhar na formação de professores dos anos iniciais do ensino fundamental da Prefeitura de São Paulo, e, desde o início da formação, já na construção e elaboração das pautas, percebi o tamanho do desafio que estava enfrentando e logo as dificuldades começaram a aparecer, pois a proposta era trabalhar os 5 eixos temáticos como: números, operações, espaço e forma, grandezas e medidas e tratamento da informação em oito encontros, sendo que em um dos encontros deveríamos tratar do tema frações. Tais dificuldades foram confirmadas durante a formação.

Entretanto, evidenciou-se em um dos grupos uma preocupação com o tema frações, pois logo de início os professores já perguntavam se trabalharíamos com as frações e questionaram quantos encontros teríamos para discutir sobre esse tema. Percebi então que esse era um assunto delicado entre os professores.

Tal fato que foi confirmado quando, no dia reservado para a discussão desse tema, os professores disseram que não entendem ou que não adiantava preparar os exercícios, pois seus alunos às vezes resolviam de maneiras diferentes. Disseram que encontravam dificuldades para a correção das atividades na lousa.

Observei ali uma evidência das dificuldades dos professores ao trabalhar com as diferentes representações apresentadas pelos alunos.

Com base na reflexão do que havia ocorrido até então, observei a necessidade de discutir a temática mais detalhadamente com o grupo. Entretanto, acreditava que só o debate não promoveria a compreensão das frações pelos

professores. Senti a necessidade de articular a discussão específica com a pedagógica do conteúdo.

Aí ficou ainda mais evidente o bloqueio apresentado pelos professores quando se trata de situações envolvendo quociente, visto que os professores relatavam que só ensinam aos seus alunos o significado parte-todo.

Ao decidir o que fazer para dar início a essas discussões, apresentei então aos professores um item do SARESP<sup>3</sup> 2007, e solicitei que eles respondessem no primeiro momento individualmente e em seguida apresentassem os seus resultados em grupos. O item analisado foi o seguinte:

---

11. André dividirá quatro barras de chocolate igualmente entre seus cinco netos. A fração da barra de chocolate que cada menino receberá é:

(A)  $\frac{5}{4}$

(B)  $\frac{4}{5}$

(C)  $\frac{1}{5}$

(D)  $\frac{1}{4}$

---

### Figura 1: questão do SARESP/2007

Fonte: [http://saresp.fde.sp.gov.br/2007/Arquivos/Provas%202007/Matemática/4ª%20série%20EF/2\\_Tarde/Prova-MAT-4EF-Tarde.pdf](http://saresp.fde.sp.gov.br/2007/Arquivos/Provas%202007/Matemática/4ª%20série%20EF/2_Tarde/Prova-MAT-4EF-Tarde.pdf) - acessado em 10/09/2010.

Muitos professores apresentaram como resposta ao problema  $\frac{1}{4}$ , e ainda justificaram que a pergunta não havia sido bem formulada. Tal atividade proporcionou uma boa discussão e reflexão não só sobre como resolver o problema, mas principalmente, sobre as dificuldades encontradas pelo grupo tanto em relação ao ensino como a aprendizagem dos alunos e evidenciando os limites referentes ao tema para o professor do ciclo I.

Analisando tal situação, considero que as discussões das implicações pedagógicas mesmo sendo apoiadas na análise de produções dos professores não avançaram como gostaria, e considero que um dos fatores foi à falta de tempo. Ou

---

<sup>3</sup> SARESP - Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo – Saesp – é uma avaliação externa da Educação Básica, realizada desde 1996 pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo – SEE/SP.

seja, pretendia que tal formação fosse um processo reflexivo de modo a possibilitar aos educadores a construção de propostas de intervenção, de forma a atender as dificuldades dos alunos. Entretanto, acredito que mesmo de forma parcial, as reflexões iniciais foram realizadas.

Assim, a meu ver as propostas de formação continuada podem criar estratégias que permitam ao professor encontrar um sentido para rever e analisar sua própria prática. Considero que é no olhar a posteriori sobre a prática e sua análise que propiciam ao docente a oportunidade de entender suas estratégias em ação. Portanto, é na reflexão-sobre-ação (Schön, 1983; 1992) que o professor poderá tomar consciência dos efeitos resultantes de suas escolhas e reformulações de suas ações pedagógicas, ou seja, à medida que o processo reflexivo evolui, ele passa a ter novos patamares de compreensão sobre a ação e sobre as possíveis soluções para desenvolver novas práticas.

Desta forma surgiu a opção por investigar a formação de professores do ciclo I relacionado ao tema frações, justificada pelo fato de que os docentes demonstraram dificuldades no curso de formação continuada, e pesquisas recentes apontam para esse obstáculo na construção dos números racionais.

Acredito que é muito importante que os educadores reflitam sobre suas próprias práticas e possam rever as suas concepções que muitas vezes foram construídas a partir de crenças que poderão dificultar os processos de ensino e aprendizagem.

Estudos como os de Ponte (1992) discutem a presença das crenças e concepções no conhecimento profissional docente. O autor difere estes dois termos:

(...)as crenças como uma parte do conhecimento relativamente "pouco elaborada", em vez de os vê como dois domínios disjuntos. Nas crenças predominaria a elaboração mais ou menos fantasista e a falta de confrontação com a realidade empírica. (PONTE, 1992, p.8)

Considerando, portanto as crenças menos elaboradas que as concepções, Ponte (1992) afirma a relação que existe entre as concepções e a prática profissional docente:

“As concepções influenciam as práticas, no sentido em que apontam caminhos, fundamentam decisões, etc. Por seu lado, as práticas, que são condicionadas por uma multiplicidade de factores, levam naturalmente à

geração de concepções que com elas sejam compatíveis e que possam servir para as enquadrar conceptualmente". (PONTE, 1992, p.11).

Portanto, observando os estudos apresentados entendemos o papel da reflexão como essencial na prática profissional. Todavia, consideramos assim como Alarcão (1996), que os níveis de reflexão sobre a prática não acontecem de forma espontânea. Deste modo acreditamos que a formação de professores deve criar estratégias facilitadoras sobre a prática e na prática do professor e que deve contemplar os aspectos do cotidiano para que esse profissional possa repensar e reconstruir a própria prática e ter condições de buscar o devido desenvolvimento profissional. Creio ter encontrado tal cenário no Projeto Observatório da Educação<sup>4</sup>. Assim sendo, ao ingressar no curso de Mestrado na Universidade Bandeirante de São Paulo aceitei o desafio de participar do Projeto e desenvolver minha pesquisa.

## **1.2 Problema de pesquisa e Justificativa**

Este estudo toma como base uma pesquisa envolvendo a cooperação entre a Uniban e Oxford University, sob a coordenação da professora Terezinha Nunes, cujo objetivo é investigar os problemas do ensino e da aprendizagem do conceito de fração. No Brasil, tal estudo integra uma pesquisa envolvendo o Projeto Observatório da Educação, que propõe a constituição de um núcleo de estudos e investigações de processos formativos. Nossa contribuição para esse conjunto de pesquisas se dará na área da formação do professor de matemática dos primeiros anos do Ensino Fundamental, com o propósito de melhor compreender a prática docente. Sendo assim, minha questão de pesquisa que agora se configura, é:

***Como os professores que atuam nos anos iniciais do ensino fundamental podem aprender pela prática, na prática e a partir da prática da sala de aula por meio de discussões sobre situações problema envolvendo frações em um curso de formação?***

---

<sup>4</sup> O Projeto que está sendo desenvolvido pela linha de pesquisa Formação de Professores que ensinam matemática e propõe a constituição de um grupo colaborativo de formação e pesquisas envolvendo professores do Ensino Básico e pesquisadores da Universidade (UNIBAN). Apresenta como objetivo “contribuir com propostas de apoio efetivo ao trabalho do professor nas aulas de Matemática da Educação Básica, com vistas à melhoria do desempenho dos alunos” (p.3). A proposta do grupo é que formação dos professores ocorra em momentos alternados de ações presenciais e a distância.

O objetivo desse estudo é o de identificar e analisar conhecimento profissional de professores que ensinam matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental a respeito do processo de ensino e aprendizagem dos números racionais na representação fracionária- frações<sup>5</sup> quando estes participaram de um processo de formação continuada cujo foco foi a discussão sobre a introdução do conceito de fração por meio do significado quociente.

A importância deste estudo pode-se justificar por diferentes resultados de pesquisas recentes como Silva (2007) e Canova (2006). Estudos como os de Silva (2007), por exemplo, salientam acerca da necessidade de se refletir as formas como a temática fração é introduzida- quando a é – nos cursos de formação continuada. A pesquisadora observou que:

“A partir dos diagnósticos iniciais e dos comentários dos professores entrevistados, foi possível constituir uma visão da influência das dificuldades relativas ao conhecimento matemático na prática do professor. Acreditamos que se ele não vem ocorrendo como gostaríamos, é necessário que haja um enfoque mais amplo do conceito de números racionais, complementado por uma análise dos diferentes significados da representação fracionária dos números racionais tanto no curso de formação inicial quanto de formação continuada.(SILVA, 2007,p.281)

Quanto à aprendizagem, pesquisas recentes desenvolvidas no Brasil (Merlini, 2005; Santos, 2005; Canova, 2006, dentre outros) mostram que os alunos têm pouco domínio desse conceito também, fato observado em diferentes avaliações de larga escala.

### **1.3 Considerações Teórico- Metodológicas**

Para alcançar o objetivo deste estudo apresentaremos nossa pesquisa de campo, as entrevistas realizadas, os questionários e estudos de experiências e relatos dos professores envolvidos. Escolhemos trabalhar com um grupo de docentes, participantes do Projeto Observatório, desenvolvido pela linha de pesquisa Formação de Professores do Programa de Pós-Graduação da UNIBAN de São

---

<sup>5</sup> Nossa opção nesta dissertação para facilitar a leitura do texto será a utilização do termo fração para designar os números racionais na representação fracionária

Paulo, que promove reuniões quinzenais entre pesquisadores em Educação Matemática e professores de Matemática, nas dependências da própria universidade.

A abordagem metodológica que utilizaremos nesta pesquisa será qualitativa e a realização do nosso estudo se fará em quatro etapas, conforme especificadas na sequência:

Primeira etapa: Proposta de intervenção aos professores, durante as sessões de formação. Discussão e análise da proposta de intervenção a partir dos dados colhidos no Projeto Piloto<sup>6</sup>.

Segunda etapa: Interpretação, análise e discussão sobre as produções dos alunos, com o grupo de professores.

Terceira etapa: Entrevista com o professor que participou da aplicação do piloto em sua turma. O foco dessa entrevista foi a formação do professor e a discussão e reflexão sobre a produção selecionada.

---

<sup>6</sup>Projeto Piloto faz parte de uma pesquisa no Brasil, envolvendo a cooperação entre a Oxford University, sob a coordenação da professora Terezinha Nunes, cujo objetivo é investigar os problemas do ensino e da aprendizagem do conceito de fração.

## CAPÍTULO 2

### FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

---

Neste capítulo pontuamos as principais referências teóricas que serão utilizadas em nossa pesquisa e a nossa revisão bibliográfica. Como nosso trabalho está na confluência de duas áreas de investigação – formação de professores e ensino e aprendizagem de frações –, procuramos nos fundamentar em trabalhos de pesquisa que as contemplassem.

Quanto ao enfoque dos nossos referenciais teóricos - formação de professores- inicialmente, faremos considerações, em particular, das que tratam da reflexão sobre a prática e ao conhecimento profissional docente. Para tanto, faremos uma descrição dos trabalhos de Schön (1983), ampliadas pelas discussões de Shulman (1986) e Tardif (2000).

No que se refere ao ensino e aprendizagem do objeto matemático: fração, utilizaremos a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (ano??), a classificação proposta por Nunes (ano??) para os significados das frações, as ideias de Kieren (ano??) sobre os construtos dos números racionais e as interpretações sugeridas por Behr (ano??).

Procuramos também pesquisas que se dedicaram ao estudo do ensino e aprendizagem das frações por meio da introdução pela ideia de quociente. Mereceu nossa atenção as investigações de Streefland(1991, 1997); Mamede (2007); e Cardoso e Mamede (2009) e no Brasil os resultados das pesquisas de Rodrigues (2005) ; Magina e Campos (2005) Garcia Silva (2007), Canova (2006), Damico (2006) e Campos (2010).

## **2.1 O Conhecimento Profissional Docente e a reflexão sobre a prática**

No que se refere ao Conhecimento Profissional Docente estudos como os de Shulman (1986) apontam que o processo de formação de um professor que vai ensinar uma determinada disciplina deverá levar em conta a especificidade própria dessa área. Para este autor é necessário que se investigue o conhecimento desse professor na área em que vai atuar.

Em 1986 Lee Shulman trouxe a tona um tema muito importante tratando da formação dos professores e o conhecimento necessário para o exercício da docência. Esse assunto se tornou referencial na área. As pesquisas que discutiam a prática docente ora focavam o conhecimento da matéria ensinada ora a forma como se desenvolvia o ato de ensinar. Segundo o autor os estudos que discutiam o processo de ensinar e aprender, até então, eram divididos em dois eixos (conhecimento específico e conhecimento pedagógico), o que, para Shulman, não eram suficientes. Seu estudo aponta que havia necessidade de um terceiro eixo, denominado por ele de conhecimento do conteúdo no ensino, compreendido como conhecimento sobre a matéria a ser ensinada; conhecimento didático da matéria e ainda conhecimento curricular da matéria.

Assim sendo, constatando que as pesquisas naquele momento ignoravam o conteúdo específico ensinado e não o investigavam, Shulman propôs o que definiu como “A Retomada do paradigma perdido”. Sua principal questão foi investigar “... como o conteúdo específico de uma área de conhecimento era transformado a partir do conhecimento que o professor tinha em conhecimento de ensino”. Shulman (1986 p. 9).

Neste estudo, nos apoiamos nesse autor para compreender o processo de aprendizagem docente que trata o conhecimento pedagógico da disciplina, partindo de análises referentes ao “pensamento do professor” e ao “conhecimento do professor”.

Shulman identifica três vertentes do conhecimento do professor:

- ✓ Conhecimento da matéria ensinada: refere-se a conteúdos específicos da matéria que o professor leciona. Segundo o autor, “o professor necessita não

somente entender que alguma coisa é assim; o professor precisa, além disso, compreender porque é assim, sobre que terrenos sua justificativa pode ser defendida, e sob quais circunstâncias nossas crenças nestas justificativas podem ser enfraquecidas, e igualmente, escondidas” Shulman, (1986 p. 11).

- ✓ Conhecimento Pedagógico de Conteúdo: refere-se ao conhecimento do conteúdo pedagógico, que vai além do conhecimento do objeto em si, inclui a dimensão do conhecimento disciplinar para o ensino. Uma vez que não existe uma única forma mais poderosa de representação, o professor deve ter em mãos um arsenal variável de formas alternativas de representação, algumas das quais derivam da investigação, enquanto outras se originam na sabedoria prática” . Shulman, (1986 p. 11).
- ✓ Conhecimento curricular: Refere-se ao conhecimento curricular que podemos dizer que é a base da capacidade do professor em fazer relação ao conteúdo de um determinado curso ou aula com temas que estão sendo debatidos em outras classes. O equivalente direto entre o conhecimento do currículo é a intimidade com os temas que têm sido ou serão ministradas na mesma temática, durante o ano anterior e mais tarde na escola combinando os materiais nele incorporados. Shulman, (1986 p. 11).

Em meio a estas divisões, o conhecimento pedagógico do conteúdo é o que mais tem se destacado em trabalhos que discutem a prática do professor. Trata-se de um vasto conhecimento, uma combinação entre o conhecimento da matéria e a habilidade de ensiná-la, que, de acordo com Shulman:

(...) incorpora os aspectos do conteúdo mais relevantes para serem ensinados. Dentro da categoria de conhecimento de conteúdo pedagógico, inclui, para a maioria dos tópicos regularmente ensinados de uma área específica de conhecimento, as representações mais úteis de tais idéias, as analogias mais poderosas, ilustrações, exemplos, (...) as concepções e preconcepções que estudantes de diferentes idades e repertórios trazem para as situações de aprendizagem (Shulman, 1986, p. 9).

Considerando que o nosso objeto de estudo - professor dos anos iniciais - não possui formação específica em Matemática e a ainda necessita trabalhar com

conteúdos da disciplina, nos referenciamos nos estudos de Shulman (1986) quando afirma que para ensinar é necessário que o professor domine os conteúdos. Assim sendo, acreditamos ser importante investigar os entendimentos que os professores possuem sobre as frações.

Salientamos que documentos oficiais apontam como referencia<sup>7</sup> para formação de professores a necessidade de procurar o isomorfismo entre a formação recebida pelo educador e o tipo de ensino ao qual dele é exigido. O professor recebe na formação inicial e em serviço, um dos principais conteúdos que é o método pelo qual os conhecimentos profissionais são apresentados aos futuros docentes.

Todavia isto nem sempre acontece. É necessário verificar se há uma adequada coerência entre o conhecimento didático do conteúdo e como os processos de ensino e aprendizagem, tanto nas disciplinas “ditas” específicas como nas didáticas, ocorrem nos cursos de formação, como foi indicado nas pesquisas de Garcia Silva(2007), Damico (2006).

Outra referência importante para nossa análise é a que trata dos saberes docentes apresentada por **Tardif (2002)**. Para esse autor comotambém para Shulman (ano??) o professor ideal é aquele que deve ter conhecimento da sua disciplina em primeiro lugar assim como conhecimento do programa de ensino, além de conhecer às ciências da educação e a pedagogia.

Tardif (2000) amplia os estudos de Shulman a medida que chama a atenção para o fato de que o professor precisa desenvolver ainda um saber baseado em sua experiência.

Para esse autor esses saberes são procedentes da experiência cotidiana, parecem estabelecer a base da prática e da competência profissional, “pois essa experiência é, para o professor, a condição para a aquisição e produção de seus próprios saberes profissionais”.

---

<sup>7</sup> BRASIL/ MEC/ INEP.(1998) Referencial para formação de professores. Brasília.

BRASIL/CNE/CP. Parecer n. 9/2001: Propõe as Diretrizes Nacionais Curriculares para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura, graduação plena. Despacho do Ministro em 17/1/2002, publicado no *DOU* de 18/01/2002, Seção 1, p. 31.

Ainda segundo Tardif (2002 p 49) dificilmente o professor atua sozinho, pois a atividade docente não é exercida sobre um objeto. Desse modo, a reflexão toma um papel importante na atividade docente. Quanto a esta vertente vamos nos apoiar nos estudos de Schon (1992) para defender que a reflexão do professor .

Donald Schön,<sup>8</sup> utilizou o conceito de professor Reflexivo proposto por Dewey (1979)<sup>9</sup> como fundamentação para os seus trabalhos no início dos anos 1980 valorizando a experiência como geradora do conhecimento. Em sua investigação analisou o comportamento de trabalhadores rurais ao resolver problemas propostos por eles. Sua análise consistiu na observação dos procedimentos de resolução.

Schön (1991) defende que o saber profissional se traduz num conjunto de competências marcadas pela prática da reflexão em diferentes níveis, ou seja:

- ✓ Conhecimento na ação (*knowing-in-action*) – é o conhecimento que os profissionais demonstram na execução da ação;
- ✓ Reflexão na ação (*reflection-in-action*) – são descrições verbais ocorridas enquanto os profissionais atuam;
- ✓ Reflexão sobre a ação (*reflection-on-action*) – é a reconstrução mental da ação para tentar analisá-la retrospectivamente.

Portanto, para Schön (1993), “ser reflexivo é muito mais do que descrever o que foi feito em sala de aula”: implica também em um questionamento sobre situações práticas. Afirma que: é na reflexão sobre a ação que nos tornamos capazes de enfrentar situações novas e tomar decisões apropriadas, considerando, porém, que é a reflexão sobre a reflexão na ação que ajuda o profissional a progredir no seu desenvolvimento. “Nós não aprendemos a partir da experiência, mas sim do pensar sobre a experiência” (1993, p. 60).

As pesquisas deste autor valorizam a prática, criando a categoria de profissional reflexivo pressupondo o conceito de reflexão-na-ação, definindo-o como o processo pelo qual os professores aprendem, a partir da análise e interpretação de sua própria atividade. Portanto, Donald Schön, ao valorizar a *pesquisa na ação*, criou

---

<sup>8</sup> Donald Schön, pesquisador norte-americano que discute as competências de diversos grupos profissionais (não só professores como também arquitetos, médicos, etc.), que geram um conhecimento ligado à ação e adquirido por meio da atividade prática.

<sup>9</sup> DEWEY

uma base para o que se convencionou chamar de *professor pesquisador*.

Complementamos nossa análise com os estudos relacionados ao conteúdo específico, no nosso caso trataremos somente da fração.

## **FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA QUANTO AO OBJETO MATEMÁTICO**

### **2.2 *Números racionais na representação fracionária***

Ao longo da última década, diferentes pesquisas utilizaram o mesmo referencial teórico aqui indicado<sup>10</sup>. Portanto, neste estudo pretendemos apresentá-los, sem uma preocupação com o aprofundamento já que trabalhos anteriores o fizeram exaustivamente.

A discussão teórica em que nos apoiamos a respeito de questões didáticas sobre o objeto matemático,- fração - utilizará a classificação proposta por Nunes (2005) ampliado a partir de pesquisas proposta por Behr (1983), Kieren(ano??) e principalmente pela Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (2010)

### **2.3 *Apresentação dos estudos relacionados ao objeto matemático – frações.***

Behr et. al (1983) considera que o ensino e aprendizagem das frações envolvem três aspectos importantes tais como: prático, psicológico e a perspectiva da matemática. Quanto ao primeiro aspecto afirmam que, o estudo do conceito de fração aprimora a habilidade de dividir, o que possibilita ainda entender e manipular os problemas e situações reais da melhor maneira. Na perspectiva psicológica, as frações propiciam o desenvolvimento e expansão das estruturas mentais, e do ponto

---

<sup>10</sup> Para saber mais sobre o referencial teórico aqui indicado ver estudos como os de Rodrigues (2005); Canova (2006); Malaspina (2007); Damico (2006); Garcia Silva (2007).

de vista matemático, a compreensão do número racional fornece a base sobre a qual serão construídas, mais tarde, as operações algébricas elementares. Tais perspectivas justificam a importância que investigações tratem desta temática.

Outra pesquisa que discute este tema é a de Kieren (1988). Seus estudos indicavam já em 1983, que os números racionais precisavam ser estudados segundo seus diferentes significados. Em seu trabalho o autor faz observações sobre a compreensão da noção de número racional, afirmando que depende do entendimento dessas interpretações.

O autor considera que a partição e a obtenção de fração com numerador unitário na forma  $1/b$  têm, para a criança, o mesmo papel de um axioma na construção do número racional.

Outra característica importante, afirmada é a de que os números racionais não podem ser considerados como uma simples extensão dos números inteiros já que nos racionais a adição e a multiplicação são operações independentes.

Um fator bastante interessante levantado por Kieren (ano??) deve-se ao fato de que o número racional tem ao mesmo tempo um caráter de quociente e um caráter de razão. Quando aceito como quociente, responde à questão “quanto”?. Enquanto que visto como razão constitui uma propriedade relacional entre a parte e o todo.

As pesquisas de Kieren dão ênfase ao conhecimento dos números racionais entendidos em termos de esquemas mentais que nos possibilitam a execução de algumas ações. O autor também identificou quatro significados para o número racional: quociente, medida, operador e razão.

Para Nunes (2005), o qual adotamos para este trabalho, se referencia além dos estudos indicados pela Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1990).

Assim, consideramos ser de fundamental importância antes de apresentar a classificação proposta pela autora indicar nossas anotações do curso ministrado por Vergnaud em 2010 na Universidade Bandeirantes, para a Escola de Altos Estudos (EAE) CAPES curso este denominado, “A Teoria dos Campos Conceituais”, por

acreditarmos que tais dados possam acrescentar elementos aos já divulgados em outros estudos.

O autor afirma que ao longo da vida temos que nos adequar a um conjunto de diversas situações. Considera ainda que uma situação pode ser analisada por meio de diversos conceitos.

Um conceito não tem o seu significado em uma única categoria de situações. Em termos de educação, Vergnaud (2010) chama a atenção para o fato de que uma situação não pode ser analisada por meio de um único conceito, mas sim, por vários. Assim sendo temos que analisar a formação de diferentes conceitos e esses conceitos em diversas situações. Um conceito não se desenvolve sozinho, e sim em um conjunto de diferentes conceitos com os quais formam um sistema.

Ao depararem com diversas situações as crianças necessitam de múltiplos conceitos para processar essas situações. Como implicação teórica e metodológica desses dois argumentos e para compreender a formação do conhecimento, precisamos considerar um conjunto de situações e conceitos que são: os campos conceituais.

Um campo conceitual por definição é ao mesmo tempo um conjunto de situações cujo tratamento determina uma variedade de conceitos, de esquemas e representações simbólicas em estreita conexão e o conjunto de conceitos que colaboram para a análise dessas situações.

As consequências do trabalho do professor são que seu primeiro ato de intervenção é a seleção de situações, e as ações seguintes comprometerão os diferentes componentes do esquema, sejam eles: objetivo; regras de ação, de tomadas de informação e de controle; invariantes operatórios (conceitos em ação e teoremas em ação) e outras possibilidades de inferência.

Na lógica dos campos conceituais a decisão mais importante que o professor pode tomar é a seleção das situações, considerando que ela supõe tanto uma reflexão epistemológica e uma adaptação aos alunos e as questões que venham a surgir: a que problema prático ou teórico um novo conceito ou uma nova propriedade colabora para uma melhor ou uma nova resposta?

Vergnaud desenvolveu o conceito de invariantes operatórios porque a conceitualização se faz na ação. Os invariantes operatórios são conceitos que podem ser explícitos (concepções) ou implícitos (conceitos e teoremas em ação). Desta maneira não necessitamos, a todo o momento, especificar conhecimentos que empregamos na ação, a não ser quando desejamos nos comunicar com os outros.

Para falar sobre a configuração operatória do conhecimento o professor Vergnaud afirma que: é o conjunto de atividades que se utiliza na ação em uma situação dada. A configuração predicativa do conhecimento é aquela que aparece nos enunciados e nos textos. O conhecimento expresso na forma linguística e simbólica é a forma predicativa do conhecimento e o conhecimento expresso pelos cálculos e pelas operações em meio a outros é a configuração operatória do conhecimento.

Portanto, Vergnaud propõe que se aborde um determinado conceito a partir da terna (S, I, R), quais sejam: o conjunto das situações (S), o conjunto dos invariantes (I) que definem o conceito e o conjunto das representações (R).

Assim sendo, com base nas ideias de Vergnaud (1990), Nunes et al (2005) propõe que sejam considerados os invariantes: ordem e equivalência; situações que pretendem dar significados à fração e as representações possíveis. São quatro os significados de fração considerados por Nunes et al (2005): parte-todo; operador, quociente e quantidades intensivas, as quais serão descritas a seguir:

**A fração como uma relação parte-todo** – A ideia presente nesse significado é a da partição de um todo em  $n$  partes iguais, em que cada parte pode ser representada como  $\frac{1}{n}$ . Assim, assumiremos como o significado parte-todo, um dado todo dividido em partes iguais em situações estáticas, na qual a utilização de um procedimento de dupla contagem é suficiente para se chegar a uma representação correta. Por exemplo, se um todo foi dividido em cinco partes e duas foram pintadas, os alunos podem aprender a representação como uma dupla contagem: acima do traço escreve-se o número de partes pintadas, abaixo do traço escreve-se o número total de partes. *Exemplo:* Uma barra de chocolate foi dividida em quatro

partes iguais. João comeu três dessas partes. Que fração representa o que João comeu?

**A fração como quociente, indicando uma divisão e seu resultado** - Este significado está presente em situações em que envolve a idéia de divisão, por exemplo, uma pizza a ser repartida igualmente entre 5 crianças. Nas situações de quocientes temos duas variáveis (por exemplo, número de pizzas e número de crianças), sendo que uma corresponde ao numerador e a outra ao denominador – no caso,  $\frac{1}{5}$ . A fração, nesse caso, corresponde à divisão (1 dividido por 5) e também ao resultado da divisão (cada criança recebe  $\frac{1}{5}$ ). Exemplo: Três chocolates devem ser divididos para 4 crianças. Que fração de chocolate cada criança irá receber?

**A fração como descritora de uma quantidade intensiva** – Algumas medidas envolvem fração por se referirem à quantidades intensivas, nas quais a quantidade é medida pela relação entre duas variáveis. Exemplo: Para fazer certa quantidade de suco são necessárias 3 medidas de concentrado de limão para 7 medidas de água. Que fração representa a medida de concentrado de limão em relação ao total de suco?

**A fração como um operador multiplicativo** – Como o número inteiro, as frações podem ser vistas como o valor escalar aplicado a uma quantidade. A idéia implícita é que o número é um multiplicador da quantidade indicada. Exemplo: Dei  $\frac{3}{4}$  das balas de um pacote de 40 balas para meus irmãos. Quantas balas dei a eles?.

## **2.4 QUANTO FORMAÇÃO DE PROFESSORES E O OBJETO MATEMÁTICO: UMA REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

Como neste trabalho utilizaremos a classificação proposta por Nunes, nossa revisão bibliográfica conta com uma breve descrição de alguns trabalhos que utilizam o mesmo referencial teórico. Procuramos analisar pesquisas que tratem do conhecimento profissional docente e do objeto matemático frações.

Quanto ao conhecimento profissional docente de professores em exercício analisamos três pesquisas que utilizaram o mesmo referencial teórico que o nosso: Garcia Silva (2007) e Canova (2006) e Damico (2006).

As três pesquisas analisaram o conhecimento profissional de professores que ensinam matemática, em nosso estudo especificamente a do objeto matemático, frações. O foco das pesquisas de Garcia Silva (2007) e Canova (2006) foi o professor dos anos iniciais que estavam em exercício, já Damico (2006) procurou investigar a formação inicial de professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental.

O resultado da pesquisa de Damico (2006) aponta para o fato de que os estudantes para professores têm uma visão sincrética<sup>11</sup> dos números racionais, ou seja para os docentes pesquisados o foco dos processos de ensino e aprendizagem “é colocado mais na busca de artifícios que ajudem a memorizar a regra do que na busca da compreensão conceitual envolvida na regra” (Damico, 2006, p.214). Verifica ainda que há um acentuado desequilíbrio entre o conhecimento conceitual e processual, com prevalência do processual, como também se observa um baixo nível de conhecimento didático relacionado às formas de representação dos conteúdos ensinados no Ensino Fundamental que versam sobre números racionais (frações).

Quanto a utilização dos significados, os dados apresentados na pesquisa de Canova (2006) apontaram que entre os professores dos anos iniciais há uma predominância na utilização do significado parte-todo. Para os professores dos anos finais, a autora observa que os mesmos exploraram mais variáveis, sendo estas bem

---

<sup>11</sup> O autor utilizou “visão sincrética” no sentido filosófico, ou seja, visão confusa ou distorcida de um todo complexo.

próximas das encontradas nos livros didáticos, ou mais especificamente, no significado operador, resultado que parece estar em consonância com as conclusões apresentadas por Damico (2006).

Destas pesquisas podemos inferir que tais fatos podem interferir nos processos de ensino e aprendizagem das frações, já que Garcia Silva (2007) identificou o conhecimento profissional docente como um dos fatores que podem exercer influência sobre o processo de desenvolvimento profissional dos docentes. A autora, assim como Damico e Canova, indica que há necessidade de um enfoque mais amplo do conceito de números racionais, complementada pela análise dos diferentes significados de sua representação fracionária tanto em cursos de formação inicial como de formação continuada.

## **2.5 QUANTO AO ENSINO E APRENDIZAGEM E O OBJETO MATEMÁTICO: *UMA REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.***

Dentre as diversas pesquisas que se dedicaram ao estudo da aprendizagem dos números racionais nos últimos anos em outros países, merece atenção as investigações de Mamede (2007); e Cardoso e Mamede (2009). Já no Brasil apresentaremos resultados das pesquisas de Rodrigues (2005) ; Magina e Campos (2005) e Campos (2010).

A escolha destes estudos se deve ao fato de que todos analisaram o objeto matemático frações, observando, principalmente o significado quociente em diferentes níveis de ensino: Mamede; Cardoso e Mamede ; Magina e Campos e Campos procuraram verificar a aprendizagem de alunos do Ensino Fundamental, já Rodrigues pesquisou o conhecimento de alunos ao final da Educação Básica ( depois de 11 anos de escolaridade).

No Brasil, Magina e Campos (2005) e Campos (2010) procuraram avaliar o alcance de uma intervenção na qual os 138 alunos de 9 ou 10 anos vivenciaram a introdução do conceito de fração quando os mesmos trabalhavam com diferentes significados. Tal investigação utilizou-se de um pré-teste e um pós-teste . Com foco semelhante Mamede (2007) e Cardoso (2009), pesquisaram alunos em Portugal.

Mamede(2007) procurou investigar a capacidade de representar frações e o domínio dos seus aspectos lógicos (equivalência e ordenação) com alunos de 7 ou 8 anos de idade, já Cardoso (2009), também como no Brasil analisou como se deu a aprendizagem de 84 alunos de 10 e 11 anos ao utilizar-se de uma diversidade de situações envolvendo frações.

Já a pesquisa de Rodrigues (2005) procurou analisar a apropriação do conceito de fração, referentes aos significados parte-todo e quociente de estudantes no final da Educação Básica (17,18 anos).

Um consenso observado nas pesquisas foi quanto a dificuldade com a aprendizagem do tema. Rodrigues (2005), por exemplo, constatou que mesmo os alunos no final da Escola Básica ( 17,18 anos) ainda apresentavam dificuldades significativas sob três pontos de vista: da compreensão do papel da unidade nos problemas envolvendo frações; das peculiaridades das situações envolvendo grandezas discretas; e de aspectos mais abstratos da construção dos números racionais, como a inclusão dos inteiros e a explicitação de soluções em termos de operações com frações.

Os demais estudos apontam também muitas dificuldades dos alunos dos anos iniciais com a aprendizagem das frações. Todavia, Campos (2010) e Cardoso e Mamede (2009) mostram que a intervenção em que se apresente diferentes significados potencializa a aprendizagem do tema:

[...] o trabalho de intervenção nos diferentes significados proporcionou uma melhoria expressiva no resultado do pós-teste dos alunos dos grupos experimentais. Isso nos remete a refletir acerca da importância da intervenção (CAMPOS, 2010,p.6)

A intervenção realizada, consistindo numa maior exploração dos diferentes tipos de situações em que as frações são utilizadas, parece ter contribuído para uma melhoria do desempenho dos alunos na resolução de tarefas que envolvem os aspectos lógicos (equivalência e ordenação) e de representação de frações nas diferentes situações. Mais importante ainda, esse desempenho parece traduzir um desenvolvimento e aquisição, por parte dos alunos, de um conceito de fração mais abrangente e integral.(CARDOSO e MAMEDE, 2009, p.2874)

Outra convergência observada nos diferentes estudos refere-se a introdução do conceito de fração por meio de situações envolvendo o significado quociente. A pesquisa de Mamede (2007), por exemplo, observa que os estudantes realizaram as

tarefas melhor significativamente, tanto nos itens de ordem de equivalência e de situação quociente do que em situação parte todo. Tal indicação também foi apontada nas demais pesquisas.

Assim, consideramos que tais resultados sugerem que situações de quociente poderiam permitir que os estudantes estabelecessem conexão entre suas ideias informais sobre frações e a representação formal de frações.

Entretanto, Magina e Campos (2005) já apontavam que “parecia não haver uma clareza por parte dos professores pesquisados sobre os diferentes significados da fração”, afirmando que tal fato “os leva a propor situações de ensino limitadas” (2005, p.9). Portanto, acreditamos que nosso estudo poderá contribuir no sentido de diminuir essas limitações .

## **2.6 Currículo Nacional de Matemática: PCN**

Como nossos sujeitos de pesquisa ministram aulas em escolas que se referenciam nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), apresentaremos uma breve descrição dos pressupostos que alicerçam tal documento.

Os PCN (1997) foram elaborados em um movimento de reformas do Ensino de Matemática os quais já haviam iniciado a partir dos anos 80. Apresenta como principal finalidade a democratização do ensino de Matemática e pretende adequar o trabalho escolar a uma nova realidade.

Quanto às finalidades do ensino de Matemática na escola básica, os PCN fazem uma discussão em que procura evidenciar sua importância, em função de seu uso atual na sociedade.

Apresentam como principais objetivos: a realização de observações sistemáticas utilizando o conhecimento matemático, ou seja, que permita ao aluno selecionar, organizar e produzir informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las criticamente, resolver problemas e comunicar-se matematicamente, além de estabelecer conexões não só entre os temas da própria matemática como de outras áreas. Apresenta ainda uma inovação, pois considera além disso também o desenvolvimento intrapessoal que envolve o autoconceito.

Tal fato pode ser comprovado ao observarmos os objetivos:

“resolver situações-problema, sabendo validar estratégias  
sentir-se seguro da própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a auto-estima e a perseverança na busca de soluções;  
interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente na busca de soluções para problemas propostos, identificando aspectos consensuais ou não na discussão de um assunto, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.”(BRASIL, 1997, p. 35)

Desse modo, os documentos do MEC assumem a posição de preocupação com os processos de Ensino e Aprendizagem em um espectro mais amplo.

Assim consideramos que analisar as orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino e aprendizagem das frações, pode nos revelar quais questões e pesquisas são apresentadas pelo currículo. Acreditamos que tal análise pode contribuir para nossa análise e reflexão.

## **2.7 Orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino e aprendizagem de frações**

Os Parâmetros Curriculares Nacionais, ao propor a abordagem dos números racionais nos anos iniciais do ensino fundamental para o trabalho com estudantes com idades entre oito e dez anos, espera que esses estudantes compreendam que números naturais, já conhecidos por eles, são insuficientes para resolver problemas, daí a necessidade de introduzir os números racionais. Apresenta o conceito de número racional como a divisão entre dois números naturais com exceção nos casos em que o zero é divisor.

Um dado relevante para o nosso estudo é que “ao raciocinar sobre os números racionais como se fossem naturais, os alunos acabam tendo que enfrentar vários obstáculos” (Brasil 1997, pag. 68)

Apresenta , inclusive algumas dificuldades que foram identificadas em diferentes pesquisas em Educação Matemática:

- *um deles está ligado ao fato de que cada número racional pode ser*

*representado por diferentes (e infinitas) escritas fracionárias; por exemplo,  $1/3$ ,  $2/6$ ,  $3/9$  e  $4/12$  são diferentes representações de um mesmo número;*

- *outro diz respeito à comparação entre racionais: acostumados com a relação  $3 > 2$ , terão que construir uma escrita que lhes parece contraditória, ou seja,  $1/3 < 1/2$ ;*

- *se o “tamanho” da escrita numérica era um bom indicador da ordem de grandeza no caso dos números naturais ( $8.345 > 41$ ), a comparação entre  $2,3$  e  $2,125$  já não obedece o mesmo critério;*

- *se ao multiplicar um número natural por outro natural (sendo este diferente de 0 ou 1) a expectativa era a de encontrar um número maior*

*que ambos, ao multiplicar 10 por  $1/2$  se surpreenderão ao ver que o resultado é menor do que 10;*

- *se a seqüência dos números naturais permite falar em sucessor e antecessor, para os racionais isso não faz sentido, uma vez que entre dois números racionais quaisquer é sempre possível encontrar outro racional; assim, o aluno deverá perceber que entre  $0,8$  e  $0,9$  estão números como  $0,81$ ,  $0,815$  ou  $0,87$ .*

Quanto a abordagem os PCN indica que “a prática mais comum para explorar o conceito de fração é a que recorre a situações em que está implícita a relação parte-todo; é o caso das tradicionais divisões de um chocolate, ou de uma pizza, em partes iguais Este fato pode ser comprovado em diferentes pesquisas.

## **CAPÍTULO 3**

### **O ESTUDO**

---

Neste capítulo faremos nossas considerações referentes tanto ao tipo de pesquisa realizada quanto à metodologia empregada neste estudo.

Apresentaremos por meio da descrição e análise do estudo piloto proposto por Nunes (2009) cujo protocolo também foi discutido durante nossa intervenção e que posteriormente foi aplicado por dois professores participantes da formação que foi foco do nosso estudo.

Traçaremos também por meio da descrição e análise de nossa intervenção as expectativas relacionadas aos processos de ensino e de aprendizagem das frações observadas pelos professores envolvidos na formação bem como seu Conhecimento Profissional Docente.

Finalmente apresentaremos o roteiro e a análise da entrevista realizada com um dos professores participantes do curso.

#### **3.1 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS**

A finalidade desse estudo é identificar e analisar o Conhecimento Profissional de Professores que ensinam matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental a respeito do processo de ensino e aprendizagem das frações, quando estes participam de um processo de formação continuada em que lhes é proporcionado espaço para refletir sobre a prática referente a introdução do conceito de fração por meio do significado quociente.

Para atender tal objetivo e responder nossa questão de investigação, utilizamos uma pesquisa de natureza qualitativa. Nesse tipo de pesquisa, segundo Bodgan e Biklen (1994), há a presença das seguintes características:

1. “Na investigação qualitativa a fonte directa de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal”;
2. “A investigação qualitativa é descritiva. [...] A palavra escrita assume particular importância na abordagem qualitativa, tanto para o registo dos dados como para a disseminação dos resultados”;
3. “Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos. [...] Este tipo de estudo foca-se no modo como as definições (as definições que os professores têm dos alunos, as definições que os alunos têm de si próprios e dos outros) se formam”;
4. “Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva”;
5. “O significado é de importância vital na abordagem qualitativa. [...] Os investigadores qualitativos estabelecem estratégias e procedimentos que lhes permitam tomar em consideração as experiências do ponto de vista do informador”. (BOGDAN & BIKLEN, 1994, p. 47-50)

Nessa direção, consideramos que nossa pesquisa é de natureza qualitativa, tendo por “fonte direta” de nossos dados o “ambiente natural”, ou seja o curso de formação continuada e a intervenção do professor. Todos os dados coletados estão registrados na forma escrita, assim como nossa análise cujo foco especial foi a reflexão sobre a prática de um dos nossos sujeitos expressa em seu depoimento coletado em uma entrevista semiestruturada.

### **3.1.1 Descrição da pesquisa**

Nossa pesquisa teve como ponto de partida a análise de um protocolo apresentado por Nunes. Tal protocolo, assim como a pesquisa da autora teve como finalidade verificar se os resultados obtidos em outros países que mostram que os alunos têm maior facilidade de lidar com a equivalência e ordenação de frações em situações quociente do que em situações parte-todo são replicados na realidade brasileira. Segundo Nunes (2009) a realização de um estudo em sala de aula, com a participação de professores, possibilita analisar tanto o nível de compreensão dos alunos como a atuação de docentes do ensino fundamental ao considerar problemas de frações em situações quociente. E ainda, chama a atenção para o fato da necessidade de se desenvolver um número de tarefas que possam ser realizadas também em salas de aula no Brasil em que os alunos resolvam problemas em situações quociente.

Pesquisas como Streefland (1991, 1997) indicam que introduzir o conceito de fração pela situação quociente pode ser a melhor maneira de abordar esse conceito, considerando, todavia, ser necessário que o professor se aproprie destas ideias. Tal fato também é relatado recentemente por Mamede (2007), em que o estudo sugere que iniciar por essa abordagem parece favorecer a utilização do conhecimento informal sobre frações.

Contudo pesquisas no Brasil (Garcia Silva, 2007; Canova, 2006, dentre outros) indicam que o professor inicia essa abordagem pelo conceito parte todo.

Pensando nessas pesquisas organizamos uma intervenção em um curso de formação para professores do ciclo I que ensinam matemática com base em protocolo de um estudo piloto realizado por Nunes (2009) o qual será descrito a seguir. A organização dessa intervenção foi realizada em 9 horas distribuídas em 3 encontros. Para discutir essa possibilidade de trabalho inicialmente fizemos um diagnóstico para investigar as concepções e conhecimentos dos professores envolvidos no curso. Todavia, antes de relatar tal intervenção e como se deu toda a coleta de dados apresentaremos uma breve descrição do Estudo Piloto o qual tomamos como base para realizar as discussões no curso de formação continuada.

### **3.2 ESTUDO PILOTO**

Nunes (2009) justifica o estudo considerando que o ensino e aprendizagem das frações constituem uma barreira considerável para professores e alunos até o final do ensino fundamental. Afirma ainda que se as frações são essenciais para o avanço do aluno na aprendizagem de matemática torna-se necessário, portanto, que a escola encontre meios de promover a compreensão das frações pelos alunos e professores.

Segundo a autora seu estudo tinha como objetivo geral analisar as adaptações necessárias visando o acesso dos resultados obtidos na pesquisa para a utilização em sala de aula. (NUNES, 2009, p. 3)

A pesquisadora indica que tal proposta foi delineada com a finalidade de verificar se os resultados obtidos em outros países que mostram haver uma maior facilidade dos alunos ao lidar com a equivalência e ordenação de frações em situações

quociente do que em situações parte todo. Nunes (2009) afirma ainda que é importante verificar se tais resultados são replicados na realidade brasileira.

Assim sendo foi selecionado um procedimento de experimentação e análise dos argumentos dos alunos e professores quando problemas de equivalência e ordenação de frações, comparáveis do ponto de vista matemático, são apresentados em sala de aula a alunos do quarto e quinto ano do Ensino Fundamental, ou seja crianças de 9 e 10 anos.

Para coleta de dados foram realizados estudos em sala de aula, com a participação de professores, com o propósito de verificar tanto o nível de compreensão dos alunos como a atuação de docentes dos anos iniciais do ensino fundamental ao analisar problemas de frações em situações quociente.

Os problemas que compunham o protocolo de pesquisa foram apresentados por meio de slides. Os alunos registraram suas respostas individualmente, discutiam os problemas em pequenos grupos, e posteriormente apresentaram suas respostas para a classe.

### **3.2.1 Protocolo de Pesquisa do Estudo Piloto**

Como utilizamos o mesmo protocolo de pesquisa apresentado pela professora Terezinha Nunes em seus projetos de pesquisas tanto no Brasil como em outros países tais como Inglaterra e Portugal faremos sua descrição de forma minuciosa incluindo nossa interpretação dos objetivos de cada uma das questões que compõe o documento.

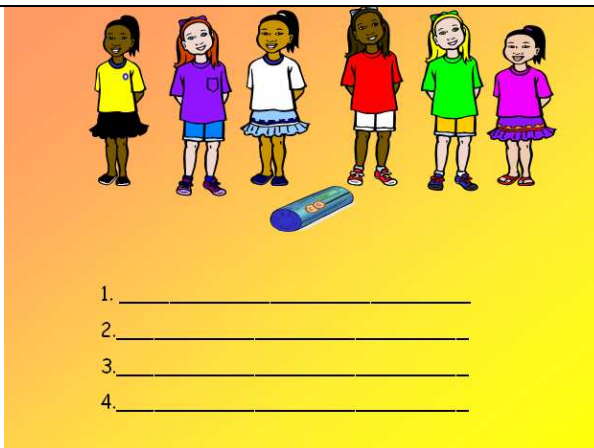
A pesquisadora utilizou um instrumento inspirado nos trabalhos de Kerslake(1986), Streefland (1991) e Nunes, Bryant, Pretzlik, Wade, Evans & Bell(2004).

O protocolo de pesquisa é composto de seis questões que pretendem introduzir o conceito de fração em situação quociente envolvendo problemáticas que podem ser encontradas no cotidiano do aluno. Depois de uma primeira exploração de situações quociente procura-se transferir tal ideia para situações envolvendo parte todo.

As questões apresentadas são as seguintes:

**Questão 1**

Seis meninas vão repartir igualmente um pacote de biscoito. O pacote está fechado. Não sabemos quantos biscoitos há dentro.



1. Se cada menina receber um biscoito e não sobrar nenhum, quantos biscoitos tinham no pacote? \_\_\_\_\_

2. Se cada menina receber meio biscoito e não sobrar nenhum, quantos biscoitos tinham no pacote? \_\_\_\_\_

3. Se chegassem mais umas meninas e todas fossem receber a mesma quantidade, o que vai acontecer quando elas distribuírem os biscoitos? Cada uma vai ganhar mais, menos, ou a mesma quantidade que antes? \_\_\_\_\_

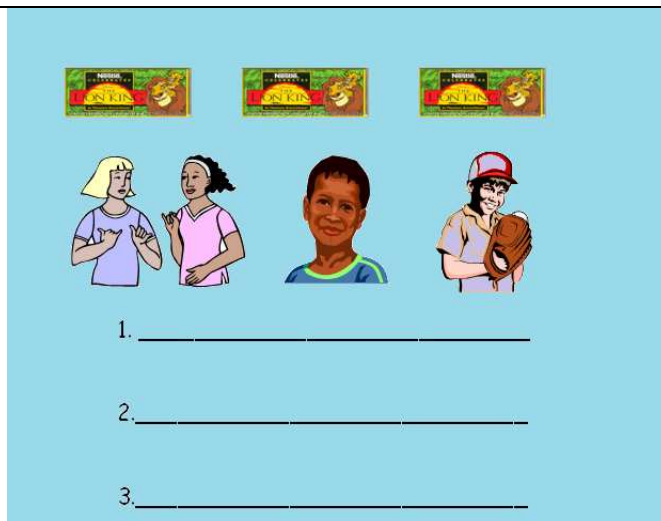
4. Um amigo seu disse que não sabe como resolver se elas ganham mais, menos, ou a mesma quantidade. Explique para ele como ele pode saber.

Esta questão tem o objetivo de identificar se o aluno compreende o quociente em uma situação que envolve seu cotidiano ou seja, se aumentar o número de pessoas que irão repartir um mesmo pacote de bolacha, a intenção é que os alunos percebam que cada criança irá ficar com uma quantidade cada vez menor de bolacha. Quanto mais pessoas chegarem menor a quantidade que cada um irá receber.

Para verificar se a ideia de quociente é entendida pelos estudantes a autora apresenta mais uma questão:

**Questão 2**

Quatro pessoas vão dividir 3 chocolates igualmente.



1. Vai ser possível dar uma barra para cada um? \_\_\_\_\_

2. Vai ser possível dar pelo menos metade para cada um? \_\_\_\_\_

3. Como você dividiria as barras de chocolate?

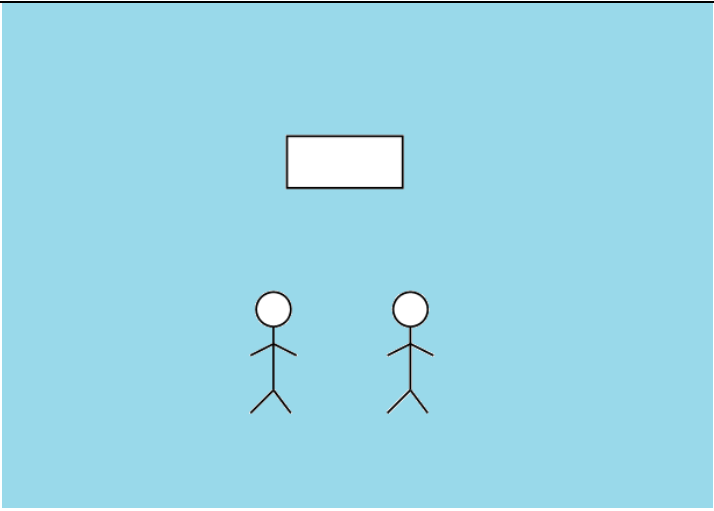
Compare sua divisão com a de outro colega que fez diferente. As duas formas de dividir podem dar a mesma quantidade para cada um?

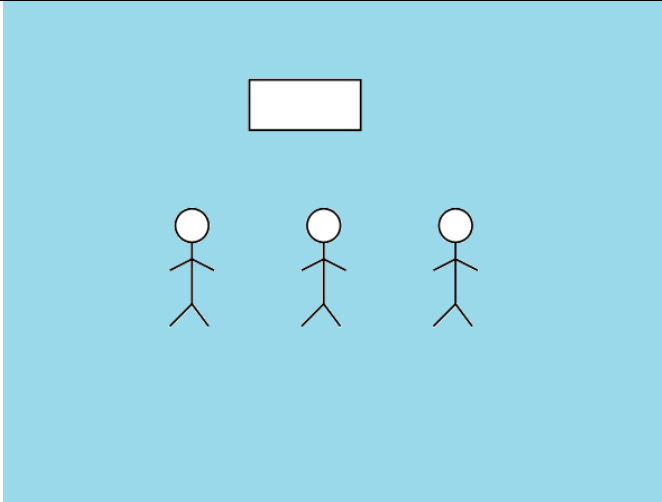
Esta questão tem o objetivo de identificar se o aluno compreende o quociente em uma situação que envolve seu cotidiano, ou seja, se aumentar o número de pessoas que irão repartir um mesmo pacote de bolacha, a intenção é que os alunos percebam que cada criança irá ficar com uma quantidade cada vez menor de bolacha. Quanto mais pessoas chegarem menor a quantidade que cada um irá receber.

Para verificar se a ideia de quociente é entendida pelos estudantes a autora apresenta mais uma questão:

### Questão 3

Vamos escrever com números a quantidade que cada um recebeu.


Um chocolate dividido igualmente para duas crianças. Escrevemos 1 porque é um chocolate, depois fazemos um traço para indicar a divisão, e em baixo escrevemos 2, porque é o número de pessoas recebendo chocolates. Esse número é lido como um meio.

<b>Questão 4</b>
Vamos escrever com números a quantidade que cada um recebeu.

Se fosse um chocolate dividido igualmente para 3 crianças, como vamos escrever com números a quantidade que cada um recebeu? Como vamos dizer esse número?
Se fosse um chocolate dividido igualmente para 4 crianças, como vamos

escrever com números a quantidade que cada um recebeu? Como vamos dizer esse número?

Se fosse um chocolate dividido igualmente para 5 crianças, como vamos escrever com números a quantidade que cada um recebeu? Como vamos dizer esse número?

Se fosse um chocolate dividido igualmente para 8 crianças, como vamos escrever com números a quantidade que cada um recebeu? Como vamos dizer esse número?

Se fosse 2 chocolates divididos igualmente para 3 crianças, como vamos escrever com números a quantidade que cada um recebeu? Como vamos dizer esse número?

Se fosse 2 chocolates divididos igualmente para 5 crianças, como vamos escrever com números a quantidade que cada um recebeu? Como vamos dizer esse número?

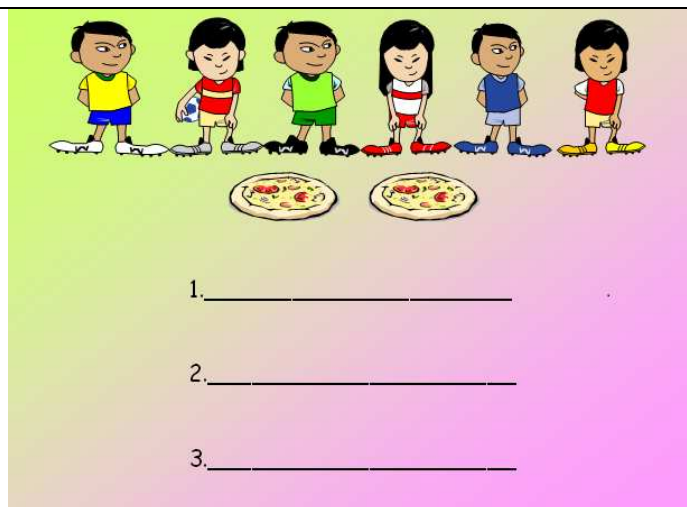
Se fosse 4 chocolates divididos igualmente para 3 crianças, como vamos escrever com números a quantidade que cada um recebeu? Como vamos dizer esse número?

Esses números são chamados frações. Eles indicam que fizemos uma divisão e quanto cada um vai ganhar nessa divisão.

Analisando as duas questões podemos observar que a terceira tem como objetivo ajudar o aluno a compreender o significado do numerador e denominador de uma fração envolvendo a situação quociente. Já a questão quatro a finalidade é verificar se o aluno compreendeu o significado do numerador e denominador de uma fração em diversas situações envolvendo também o significado quociente.

Em seguida, o estudo apresenta a quinta questão:

### Questão 5

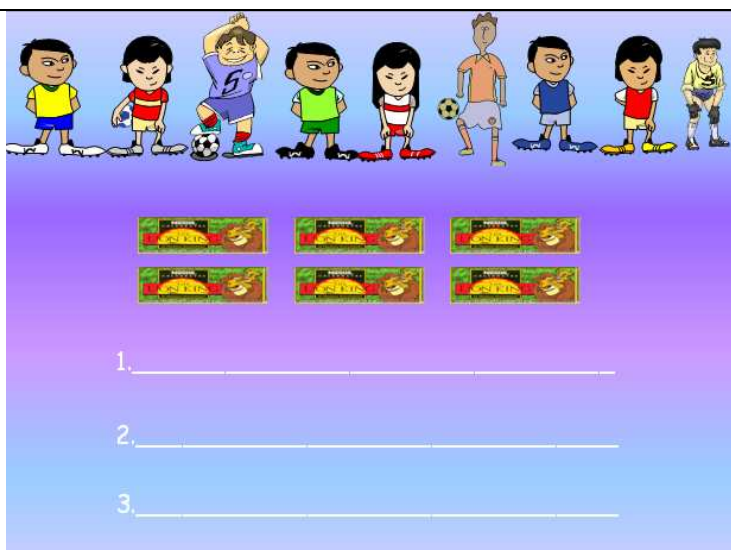


- A. Seis crianças foram a uma pizzaria e pediram duas pizzas para repartir igualmente. O garçom era muito simpático e trouxe uma pizza de cada vez para eles não deixarem a pizza esfriar. Como eles podem dividir a pizza? Que fração da primeira pizza cada um vai ganhar?
- B. Quando o garçom trouxe a segunda pizza, quanto cada um vai ganhar?
- C. Que fração cada um vai ganhar ao todo?
- D. Se o garçom trouxe as duas pizzas de uma vez, eles podem dividir de outra maneira? Como? Que fração da pizza cada um vai ganhar ?
- E. Veja essas duas frações. Você acha que elas mostram a mesma quantidade de pizza? Como você chegou à essa conclusão?

Podemos notar que o objetivo principal desta questão é o de verificar se os alunos identificam equivalências de frações. Inicialmente, nos itens A, B e C procurou-se verificar se havia, por parte do aluno a compreensão da ideia de quociente e se havia a permanência do entendimento do que ocorria ao juntar dois pedaços de mesmo tamanho. Em seguida, por meio de outra possibilidade a de “partição” procurou-se verificar se o aluno identificava a equivalência.

Para verificar se realmente o aluno compreendeu a equivalência, a autora propõe ao o aluno que apresente duas maneiras diferentes de representar “frações equivalentes”, como podemos verificar na questão seguinte:

### Questão 6



1. 9 crianças vão repartir igualmente 6 barras de chocolate. Mostre duas maneiras diferentes para elas fazerem essa repartição de modo que todos ganhem a mesma coisa.
2. Escreva as frações que você encontrou.
3. Essas frações indicam a mesma quantidade de chocolate? Por que?

Analisando a questão 6, observamos que o objetivo é dar a oportunidade dos alunos de partilhar os chocolates de forma diferente e reconhecer a equivalência de fração.

#### 3.2.2 Breve descrição do Estudo Piloto realizado pela Dra. Terezinha Nunes.

Apresentaremos aqui um breve relato do que ocorreu durante o estudo piloto. Vale ressaltar que se trata de nossas considerações e não as da pesquisadora que realizou o estudo – Dra. Terezinha Nunes. Salientamos que consideramos tal descrição importante, pois como já dissemos, este estudo serviu de base para nossa intervenção.

Para iniciar o estudo a pesquisadora proporcionou aos professores envolvidos uma formação que se refere ao tema frações. Aos educadores foi informado que

haveria momentos em que eles fariam a apresentação aos seus alunos e em outros momentos seria realizado pela pesquisadora.

Em seguida a pesquisadora agendou com os envolvidos as seções da investigação envolvendo os alunos. O diretor da escola informou aos alunos que eles iriam participar de uma pesquisa muito importante, e o mesmo informou que todos ficaram muito empolgados em contribuir.

Participaram dos estudos 4 professores. Inicialmente a proposta foi de uma discussão com a Professora Dra. Terezinha Nunes e pesquisadores.

Nessa reunião foram apresentadas aos professores as situações e a metodologia de ensino. Também participaram deste estudo 15 alunos do 5º ano, 12 alunos do 4º ano e aproximadamente 10 alunos do 3º ano.

As aulas foram ministradas uma parte pelos professores e a outra pela professora Drª Terezinha Nunes, apresentando slides, projetados na frente da classe e fazendo alguns questionamentos.

Os alunos foram divididos em pequenos grupos. Os mesmos visualizavam os slides, ouviam as orientações e as perguntas e escreviam uma resposta individualmente.

Assim sendo, os alunos tinham um momento para reflexão individual, uma discussão em grupo e o preparo para a apresentação. Durante a apresentação observamos que a pesquisadora sempre questionava os alunos sobre a resolução apresentada sem indicar quais seriam as respostas esperadas. Nesse momento, nossa percepção foi a que a mesma objetivava compreender as estratégias utilizadas pelos estudantes, assim como nos pareceu ser de fundamental importância para sua pesquisa entender como o aluno construía o conceito.

Para exemplificar o encaminhamento dado por Nunes selecionamos uma das apresentações dos alunos envolvidos na pesquisa. Vale salientar que fizemos tal escolha por considerarmos que as anotações dos estudantes nos ajudam a compreender como estes "lidavam" com problemas da situação quociente.

### QUESTÃO 1

Seis meninas vão repartir igualmente um pacote de biscoito. O pacote está fechado. Não sabemos quantos biscoitos há dentro.

1. Se cada menina receber um biscoito e não sobrar nenhum, quantos biscoitos tinham no pacote?
2. Se cada menina receber meio biscoito e não sobrar nenhum, quantos biscoitos tinham no pacote?
3. Se chegassem mais umas meninas e todas fossem receber a mesma quantidade, o que vai acontecer quando elas distribuam os biscoitos? Cada uma vai ganhar mais, menos, ou a mesma quantidade que antes?
4. Um amigo seu disse que não sabe como resolver se elas ganham mais, menos, ou a mesma quantidade. Explique para ele como ele pode saber.

1- tinha 6 biscoitos  
2- 3 biscoitos  
3- menos biscoitos  
4- chegaram mais meninas e o pacote era de mermel

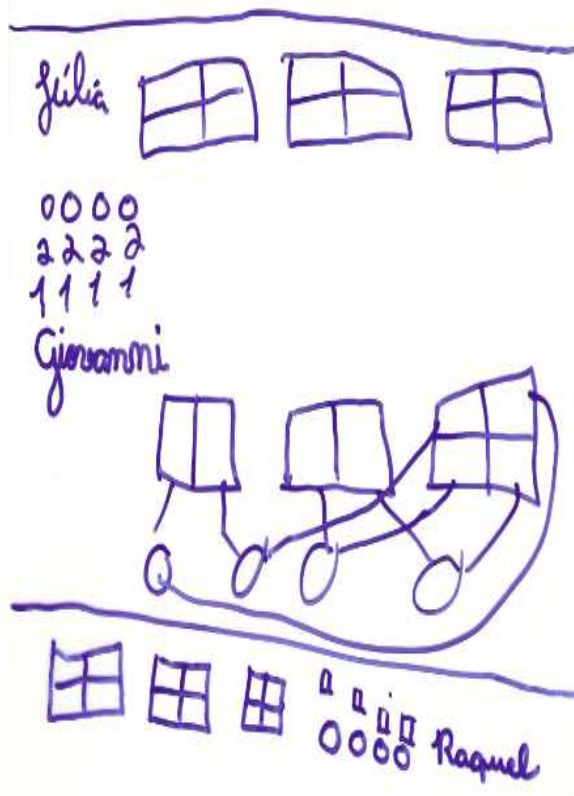


Figura-.Perguntas e respostas para as questões 1 apresentada por um dos grupos investigados por Terezinha Nunes.

**QUESTÃO 5**

Seis crianças foram a uma pizzaria e pediram duas pizzas para repartir igualmente. O garçom era muito simpático e trouxe uma pizza de cada vez para eles não deixarem a pizza esfriar. Como eles podem dividir a pizza? Que fração da primeira pizza cada um vai ganhar?

A. Quando o garçom trazer a segunda pizza, quanto cada um vai ganhar?

B. Que fração cada um vai ganhar ao todo?

C. 2. Se o garçom trazer as duas pizzas de uma vez, eles podem dividir de outra maneira? Como? Que fração da pizza cada um vai ganhar ?

**Figura**– Resposta para as questões 5 apresentada por um dos grupos investigados por Terezinha Nunes.

Observando os documentos acima entendemos que a primeira parte do protocolo os alunos não encontram dificuldades em responder as questões apresentadas acreditamos que o motivo foi por ser questões do cotidiano dos envolvidos. No entanto no momento em que o grupo se deparou com algumas dificuldades relacionada a partição das duas pizzas os alunos recorrem ao recurso que conhecem nesse caso a situação parte todo.

A pesquisadora sempre questionando porque eles partiam dessa maneira.

Participar como observadora deste estudo piloto nos permitiu organizar a nossa intervenção. Todavia o nosso foco foi o professor visto que a sua formação inicial foi realizada utilizando a estratégia de começar o conteúdo matemático aqui tratado, no caso, frações por situação parte todo.

Para o nosso estudo incluímos uma introdução para discutir a temática, considerando que muitas das dificuldades dos alunos podem estar relacionadas ao

fato de não vivenciarem propostas de trabalho utilizando a ideia quociente. E somente após essa etapa discutimos o estudo piloto relatado aqui.

Após apresentarmos aos professores a sequencia elaborada por Nunes (2009), observamos a necessidade de incluir uma entrevista com as professoras que aplicaram o protocolo de pesquisa, assim como a análise de um protocolo preenchido por um de seus alunos. Nosso objetivo foi o de possibilitar ao professor oportunidade de refletir sobre os processos de ensino aprendizagem de um aluno que teve o primeiro contato com fração em situação quociente.

### **3.3 NOSSA INTERVENÇÃO**

Planejamos um processo de formação continuada em que procuramos proporcionar aos vinte professores um espaço para refletir sobre a prática referente à introdução do conceito de fração por meio do significado quociente.

Inicialmente fizemos uma breve apresentação que nos permitiu traçar o perfil dos participantes.

#### **3.3.1 Caracterização dos professores**

Todos os professores participantes do projeto estavam matriculados em um curso de pós-graduação em alfabetização e letramento. Os professores que participaram desta intervenção em sua maioria possuem formação em Pedagogia com exceção de uma professora que cursou na graduação Letras. A idade dos docentes esta entre 22 e 37. Considerando que há uma grande concentração de cursistas na faixa etária de 27 anos. Todos os envolvidos relataram que cursaram o antigo magistério o que era equivalente ao ensino médio.

#### **3.3.2 Descrição da Intervenção**

Na primeira seção de formação apresentamos algumas situações relacionadas à prática docente quando desenvolvem o tema frações. Solicitamos em seguida que os professores relatassem como se sentiam ensinando frações aos seus alunos.

Em outra seção ocorreram alguns problematizações acerca das questões vivenciadas na formação. Na segunda parte da seção apresentamos duas questões envolvendo a situação quociente, e pedimos que resolvessem as questões primeiramente individualmente e em seguida discutiriam suas soluções em grupos.

Apresentaremos ainda as respostas de todos os professores que participaram deste estudo, para o nosso primeiro questionamento, que investiga como os professores se sentem ensinando frações. Em seguida, vamos descrever a questão que tratamos do conteúdo propriamente que fez parte de uma das sessões da formação. Por fim exibiremos as respostas dos professores relacionadas à nossa intervenção e suas considerações sempre envolvendo o tema frações.

### 3.3.2.1 As Expectativas Dos Professores

Para caracterização de como os professores que participam do processo de formação investigado sentiam-se ao ensinar frações, fizemos o questionamento, tendo como objetivo coletar informações a respeito da sua relação com o ensino de fração até o momento em que se discutiu a temática. Para apresentar estes dados, nos baseamos nas respostas obtidas de cada um dos professores e, nomeados por letras: de A até U.

Apresentamos no quadro abaixo as respostas de cada um dos participantes do processo de formação relacionados ao nosso primeiro questionamento.

Prof.	
A	Eu encontro muita dificuldade em desenvolver esse trabalho, eu só faço o que esta no livro.
B	Não estou trabalhando com os meus alunos desse ano . os conceitos são mais simples, mas sempre me pergunto se estou fazendo certo. ( professora do 1º ano )
C	Algumas vezes não me sinto muito preparada e percebo que é falta de esforço meu da época de escola.
D	Tenho pouca experiência, mas tenho muito prazer em ensinar e trabalho com material concreto. ( papel, pizza, chocolate).
E	Senti muito medo quando comecei dar aula para o 4ºano precisei estudar muito, sentia medo de não conseguir ajudá-los.
F	Sinto-me um pouco insegura, pois tenho medo de não conseguir passar para eles de forma clara.

<b>G</b>	Gosto de trabalhar de forma concreta, dos alunos entenderem o que é parte do todo. Ex. uma pizza. Já comprei até a pizza.
<b>H</b>	Não ensino matemática troco de turma, por isso vim fazer o curso.
<b>I</b>	adoro ensinar matemática. Mas não me sinto segura ensinando frações. Por esse motivo não pego 4º e 5º ano.
<b>J</b>	Me sinto muito segura, pois prepara todas as aulas e planejo tudo.
<b>K</b>	Tenho muita dificuldades, acho que falta alguma coisa. Por isso estou fazendo o curso.
<b>L</b>	Sinto algumas dificuldades, porém me esforço e estudo muito antes das aulas de frações, para entender tudo para depois ensinar.
<b>M</b>	Não ensino frações só dou aula para o 2º ano. Eu não compreendo muito bem frações.
<b>N</b>	Não dou aula de matemática, troco com outra professora pois não me sinto preparada, em conteúdo nenhum. ( principalmente em frações )
<b>O</b>	Infelizmente só trabalho com os pequenos, mas mesmo assim não me sinto preparada.
<b>P</b>	Sempre me sinto meio receosa, as vezes sinto que não estou sendo muito clara, outras acho que cumpri a missão.
<b>Q</b>	Não tive oportunidade, mas acredito que me sentiria muito insegura. Acho que não sei nem para mim.
<b>R</b>	Fico com muito medo quando esta chegando esse conteúdo. Só trabalho as questões que sei resolver.
<b>S</b>	Gostaria de ensinar melhor. Por isso estou aqui.
<b>T</b>	Meu relacionamento com a matemática sempre foi um tanto complicado. Falando de frações então acho muito difícil ensinar esse conteúdo para os meus alunos, eles não entendem nada.

**QUADRO 1 – respostas dos professores para a questão “Como me sinto ensinando frações”.**

No grupo dos vinte professores da nossa pesquisa como podemos observar analisando o quadro. Destes, treze professores relataram ensinar frações aos seus alunos, mesmo com as dificuldades que encontravam para desenvolver o conteúdo, e os outros sete escrevem que não ensinam matemática ou frações por não se sentirem seguros.

Analisando as respostas apresentadas avaliamos ainda, que 35% dos professores pode ser considerado um alto índice tomando como referencia os documentos oficiais como os PCN. Vale ressaltar que as orientações contidas

nesses documentos indicam que tal conteúdo deve ser trabalhado desde os primeiros anos do Ensino Fundamental assim tal percentual nos parece ser um indicador que as frações não estão presentes no rol das propostas de trabalho de todos os professores desse segmento de ensino. Isso nos parece mais relevante ainda na medida em que observamos que os materiais destinados a orientar professores que lecionam para o sexto ano (alunos na faixa etária de 11 anos), tais como livros didáticos, PCN dentre outros que organizam o conteúdo considerando que os alunos já estudaram tal conteúdo, fato que parece não estar ocorrendo na totalidade das salas de aula.

A insegurança para trabalhar com a temática observada no grupo estudado pode ser notado ainda, quando em alguns dos depoimentos notamos que para não “ensinar frações” alguns professores trocam de turma ou mesmo não tratam o tema quando ensinam matemática. No entanto, o fato parece ser agravado quando observamos que dos treze professores que relatam ensinar frações somente uma professora menciona ter facilidade e segurança para tratar da temática.

Portanto, acreditamos que a falta de segurança ao tratar da temática fração pode ser um fator a mais que distancia o currículo prescrito do praticado.

Na segunda parte dessa sessão, discutimos sobre o significado de quociente. Nosso objetivo era aprofundar a reflexão a respeito da fração como uma ampliação da ideia de divisão de números naturais. Outra finalidade era a de discutir diferentes possibilidades de partição que poderiam ser apresentadas pelos estudantes.

Apresentaremos as propostas discutidas, que foram da mesma forma, vivenciadas e analisadas pelos grupos.

## **A FRAÇÃO NO SIGNIFICADO QUOCIENTE**

Para iniciar esta parte da sessão provocamos uma discussão no grupo de formação, apresentando uma questão do SARESP 2007, a mesma que fora citada anteriormente no capítulo 1. Nosso principal objetivo foi o de investigar o que os professores sabiam do conceito de frações envolvendo parte todo e quociente.

No projetor apresentamos uma situação que aborda a ideia de quociente sem informar que era um item da prova de 4ª série/5º ano questão da prova do SARESP.

**Vovô Augusto comprou 4 barras de chocolate para dividir entre seus 5 netos. Qual a fração da barra de chocolate que cada menino receberá?**

Solicitamos que individualmente os professores resolvessem a questão e registrassem suas respostas.

Para nossa surpresa as respostas eram diversas, tais como  $\frac{1}{4}$  do chocolate;  $\frac{5}{4}$  dos chocolates e uma única professora disse  $\frac{4}{5}$  do chocolate. Questionamos as respostas e a maioria dizia que era  $\frac{1}{4}$  da barra e justificavam dizendo que elas aprenderam assim.

Diante desta situação dividimos a turma em quatro grupos com cinco professores e pedimos que agora utilizassem quatro folhas de sulfite como estratégia para a divisão do chocolate. Informamos ainda que poderiam utilizar o papel da forma que julgassem melhor.

Ao final desta atividade todos os grupos apresentaram os seus resultados. Pudemos assim perceber que todos eles haviam dividido as folhas em cinco partes iguais e alguns grupos diziam que receberam quatro pedaços enquanto outros diziam “nós recebemos  $\frac{4}{5}$  do chocolate”. Vale ressaltar que não fizemos nenhuma intervenção até o momento para não interromper a apresentação e o processo de investigação dos demais grupos.

Perante as respostas solicitamos aos grupos que agora dividissem então os quatro chocolates em quatro partes iguais, e a partir daí poderiam distribuir novamente os pedaços aos cinco professores.

Foi quando o grupo que chamaremos de “A” apresentou aos outros grupos todo o procedimento realizado, conforme o representado abaixo:

1	2	5	1	4	5	3	4
3	4	2	3	1	2	5	

Figura 2: representação apresentada pelos professores do grupo A para a situação.

E expuseram que restou uma parte. Questionamos o que faríamos com essa parte que sobrou. A resposta foi *“na divisão também sobra resto mais como é chocolate eu não consigo transformar em decimal. Então eu não sei”*. Pedimos que aguardasse que iríamos esclarecer essa situação assim que os grupos terminassem as apresentações.

Passamos então para o outro grupo que realizou o mesmo procedimento, mas concluíram assim:

1	2	5	1	4	5	3	4
3	4	2	3	1	2	5	

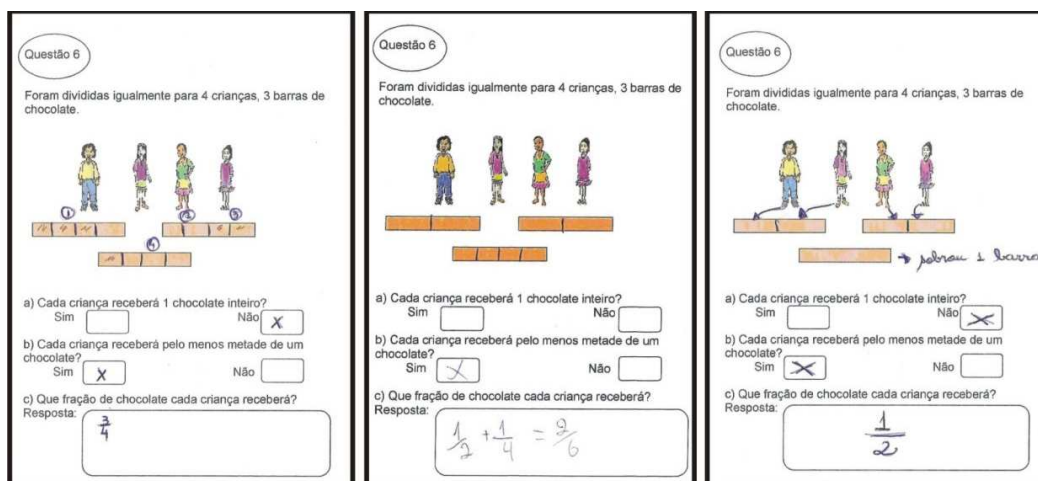
Figura 3: representação apresentada pelos professores da situação.

$$3/4 + 1/5 =$$

E o representante justificou que: *“não sabia o que deveria o fazer a partir daí.”* Questionamos então o porquê de ter representado  $1/5$ , a resposta do representante foi que: *“dividiram o último pedaço em 5, e que não sabiam como somar as frações”*.

Os outros dois grupos responderam exatamente como o grupo A.

Analisando o ocorrido observamos que o mesmo foi identificado em outras pesquisas que analisaram o Conhecimento Profissional Docente de professores deste mesmo segmento de ensino. Campos e Garcia Silva (2009), por exemplo, relatam resultados semelhantes quando questionaram professores: *“que fração corresponderia a uma situação em que se apresentasse a divisão igualitária de 3 barras de chocolates para 4 crianças”*. As autoras apresentam soluções muito próximas com as que encontramos na nossa sessão de formação.



Observamos que no nosso grupo tivemos as mesmas dificuldades relatadas pelas autoras, ou seja, no estudo relatado por elas:

a professora P considerou  $\frac{1}{4}$  como unidade inicial e acertou a questão. A professora Q escolheu estratégia correta para resolver a questão, no entanto ao operar as frações não utilizou a equivalência e deu uma resposta errada. A professora O não conseguiu resolver a questão e deu uma resposta equivocada, desconsiderando uma das barras. ( CAMPOS e GARCIA SILVA, 2009, p.123).

Sobre esse tipo de erro, assim como as autoras acreditamos que alguns professores do nosso grupo assim como as três professoras citadas, utilizam-se da estratégia da partição, mas parece que tal fato não favorece a observação que havia necessidade de representar a situação utilizando duas frações que tivessem uma mesma unidade como referencial.

Assim, esperávamos da mesma forma que Campos e Garcia Silva (2009), que as professoras já houvessem avançado nessa compreensão, mas parece ser um fato comum entre docentes desse nível de ensino investigados nas duas pesquisas e que realmente é necessário que os processos de formação destinem espaços para refletir sobre o tema.

Nesse sentido analisando esses resultados observamos que as dificuldades encontradas pelos docentes e porquê os mesmos sentiam-se inseguros: eles nos relataram que não sabiam responder esse tipo de questão. Talvez, por esse motivo, muitos afirmam nunca trabalhar com frações. Questionamos então, nesse momento, como elas desenvolviam o conteúdo relacionado a frações.

Quanto aos procedimentos metodológicos os professores da turma disseram que trabalhavam dividindo um todo em partes iguais e que assim seus alunos não tinham dúvidas o que lhes dava “certa segurança”.

Em seguida, pedimos um exemplo. Uma professora disse o seguinte “se dividir uma pizza em oito pedaços e comer um pedaço então temos  $1/8$ ; se comer 2 então  $2/8$  e assim fica fácil”. Todos concordaram com a professora. Alguns deram outros exemplos muito parecidos, porém utilizando bolo e chocolate.

Kerslake (1986) discute que, assim como no Brasil, o ensino de fração utilizando situações parte todo é comum no seu país. Afirma que geralmente os “diagramas” facilitam a interpretação, todavia, esse recurso nem sempre permite a visualização imediata da situação envolvendo adição de frações com denominadores diferentes. Tal fato pode ser observado no nosso estudo e na pesquisa de Campos e Garcia Silva (2009).

Sendo assim, observando e analisando tal dificuldade, demos continuidade à nossa intervenção.

Inicialmente perguntamos qual era a diferença entre a prática declarada pelo grupo e o que fizemos naquela sessão, já que estávamos dividindo chocolate. Uma professora respondeu que nunca conseguiu entender frações se não fosse igual ao livro, tudo em partes iguais.

Então procuramos problematizar: “você também dividiram os chocolates em partes e responderam  $4/5$  e outros  $1/5$  o que tem em comum essas respostas?”.

Uma professora disse que  $1/5 + 1/5 + 1/5 + 1/5 = 4/5$  então o grupo que respondeu  $1/5$  esqueceu de somar as frações.

Perguntaram se essa resposta estava certa. Respondemos afirmativamente. Todavia, lembramos aos professores que cada um comeu  $4/5$  do chocolate e não  $1/5$  do chocolate. Nesse momento, nosso grupo parecia ter compreendido outras possibilidades de partição.

Para investigar um pouco mais essa situação propomos então dividir agora o chocolate em 3 partes e que faríamos esse procedimento juntos.

Iniciamos o procedimento com as folhas e dividimos entre 5 professores, todos concordaram até o momento que chegamos aos  $2/3$  e sobraram duas partes equivalentes a  $1/3$  do chocolate. Perguntamos se poderíamos dividir as duas partes que sobraram aos 5 professores e todos concordaram.

Foi-nos proposto iniciar a divisão dos dois pedaços que sobraram em 5 pedaços iguais. Fizemos o recomendado pelos docentes, em seguida, questionamos quanto do chocolate representava cada um dos pedaços divididos em 5 partes. Nosso objetivo era de verificar se os professores já conseguiam perceber que  $1/5$  do chocolate não poderia ser considerando que todos ensinam aos seus alunos sempre por situação parte todo.

Uma resposta imediata foi nos dada como sendo  $1/5$  do chocolate. Neste momento, sugerimos que fosse feita a comparação de  $1/5$  do chocolate com essa parte (no caso  $1/5$  de  $1/3$  de chocolate). Todos concordaram que era bem menor do que  $1/5$ .

Esse foi um momento em que observamos que o grupo estava desestabilizado<sup>12</sup>, pois uma professora disse que “agora que não sei nada mesmo”. Procuramos então, retomar com o grupo as informações convergentes a todos.

Perguntamos inicialmente se poderíamos dividir toda barra em pedaços iguais ao pedaço em questão que era bem menor (o pedaço que representava  $1/5$  de  $1/3$  do chocolate) e se a partir daí não seria possível encontrar a equivalência do pedaço menor. Todos concordaram. Solicitamos então que fizessem essa experiência com o papel e discutissem em pequenos grupos as soluções.

Nesse sentido, deixamos que os grupos discutissem um pouco e, em seguida retomamos, com o grupo todo. Assim ao final desta vivência os professores concluíram que era  $1/15$ , por que cabiam 15 pedacinhos na barra inteira.

Todavia, a dúvida que poderia parecer ser esclarecida pelo grupo, foi problematizada novamente:

Uma professora levantou o seguinte questionamento “*como seria possível  $2/3 + 2/15$  dar  $4/5$* ”.

A pergunta da professora nos levou a concluir que as dificuldades observadas na compreensão do grupo sobre quociente e equivalência inserem diretamente no entendimento também da adição de frações, especialmente as de denominadores diferentes e que tal dificuldade não estava totalmente esclarecida para o grupo.

---

<sup>12</sup> Neste momento, nos preocupamos com o nível de desestabilização, considerando o que afirmou em seu curso monográfico o pesquisador Dr. Gerard Vergnaud: “se o conhecimento é adaptação, para as crianças aprenderem temos que desestabilizá-las. Se as crianças não têm motivo para se adaptar a situação nova, porque aprender? A infelicidade de tudo isso é que se desestabilizarmos demais as crianças elas não vão aprender” (Vergnaud, 2010)

Discutimos a situação com o grupo de professores, mas para esse estudo não descreveremos todo este processo, pois o foco da nossa investigação é o significado quociente, mas apontaremos algumas passagens e diálogos ocorridos, uma vez que consideramos que as temáticas se inter-relacionam.

Portanto, com a finalidade de retomar a reflexão e avaliar a compreensão do grupo de professores ouvindo um pouco mais os docentes, propusemos ao grupo todo, resolver o problema conjuntamente suas dúvidas.

Aprofundamos também essa discussão com o grupo e concluímos que além do quociente e da equivalência o professor também encontra dificuldades em compreender a adição de frações.

Acreditamos que a dificuldade dos professores em realizar a adição das frações pode ser decorrente da falta de entendimento do papel da equivalência para a operação. Podemos recorrer a afirmação de Vergnaud quando aborda que um conceito é composto por uma diversidade de situações e que portanto o desconhecimento da existência dessa situação no caso a situação quociente, pode ser também um indício da dificuldade encontrada pelo professor.

Observamos ainda ao final dessa seção que o grupo apresentava muita dificuldade no tratamento da situação quociente, em especial, quando utilizavam a partição e a situação envolvia adição de frações com denominadores diferentes. Todavia, não tínhamos tais dados sistematizados, pedimos então ao grupo que avaliasse a sessão, em especial o conhecimento que tinham a respeito de frações.

No quadro abaixo descreveremos as respostas de cada um dos participantes relatando como se sentiram após nossa intervenção sobre frações em situação quociente.

<b>Prof.</b>	
<b>A</b>	Confesso que fiquei assustada, porem não vou desistir. Fração é um assunto que sempre me deixou com medo, mas a aula do jeito que foi superou minhas expectativas. Confesso que encontrei dificuldades em alguns momentos, mas há esperança que vou aprender fração.
<b>B</b>	Achei muito importante esse método de que fez parte essa aula, ensinar como agir perante a minha turma.
<b>C</b>	Não esperava fazer nada relacionado a frações. Esperava mais teoria e me deparei com a prática que para mim foi ótima. Encontrei formas de passar aos meus alunos diferentes das que eu aprendi. Ainda estou com algumas duvidas, mais já consegui

	ter outra visão do assunto.
<b>D</b>	Percebi que preciso aprender mais
<b>E</b>	Na aula de hoje eu percebi que o que eu não sabia em frações. Também gostei muito de dividir a aula em pratica primeiro e teoria depois.
<b>F</b>	Essa aula foi muito proveitosa. Posso não ter aprendido tudo, mais sei que posso aprender.
<b>G</b>	Achei muito diferente de tudo que eu sabia.
<b>H</b>	Esperava que eu fosse melhor com as frações. Mais confesso que tive muito medo de errar. Descobri que tudo o que eu aprendi sobre as frações, não foi tudo foi muito pouco.
<b>J</b>	Achei muito importante trabalhar conceito e prática juntos, facilitou o meu entendimento, e mudou os meus conceitos. Principalmente que o importante não é acertar e sim aprender significativamente para ensinar com mais significado
<b>L</b>	Eu esperava uma aula que não mudasse muito meus conceitos. Não sabia que existia essa situação quociente.
<b>N</b>	Aprendi um pouco sobre frações um pouco, um pouco realmente é muito complicado para entender tudo.
<b>P</b>	A aula pratica me ajudou muito, pois sempre tive dificuldades de entender os números racionais.
<b>R</b>	Percebi que não sei nada sobre as frações, isso é um absurdo.
<b>T</b>	Descobri não sabia nada sobre frações, aprendi muito.

**QUADRO 2 – respostas dos professores para a questão “como se sentiram após nossa intervenção sobre frações em situação quociente?”**

Analisando as indicações apresentadas pelos professores ao final dessa sessão formação, percebemos que alguns dos docentes parecem ter refletido sobre as suas dificuldades, e reconhecem que realmente ainda falta um maior entendimento sobre o que foi discutido durante a formação. Avaliamos que houve um avanço em relação ao processo inicial da formação mas também consideramos que o tempo não foi suficiente. Observamos assim, ao final da etapa aqui descrita que havia ainda muito a fazer no que se refere ao processo de formação dos professores envolvidos.

Um outro fato que nos chama a atenção se refere aos depoimentos dos professores sobre a necessidade de se iniciar a formação partindo de situações práticas e relacionadas ao cotidiano contribuíram muito para todo o processo de

formação. Portanto, acreditamos que tínhamos naquele grupo uma certa disponibilidade para introduzirmos o conceito de fração por meio de situações envolvendo a ideia de quociente.

Nesses relatos e também durante a formação pudemos observar que proporcionamos espaços para reflexão dos professores, considerando os processos de ensino e aprendizagem da fração. Acreditamos que mesmo mantendo o foco das discussões em como os professores ensinam e também como aprenderam o objeto matemático relacionado à Fração o tempo não permitiu a todo o grupo uma compreensão acerca do conteúdo tratado, assim nossa hipótese é que há uma necessidade de mais tempo para que houvesse tal apropriação por parte de todos os educadores.

Todavia acreditávamos que uma outra seção em que discutíssemos a possibilidade de ensinar frações a partir de situações envolvendo a ideia de quociente poderia ser uma outra possibilidade de retomar a reflexão e possibilitar a compreensão da temática.

### **3.4 Sobre a possibilidade de ensinar frações a partir da ideia de quociente: Nossa Intervenção**

Em uma das seções utilizamos o protocolo de pesquisa apresentado por Nunes (2009), com o objetivo de observar as respostas dos professores e convidar alguns deles a aplicar o mesmo instrumento em sua turma.

Nosso objetivo era analisar o que os educadores participantes da formação compreendem das situações apresentadas e como analisam as respostas apresentadas por seus alunos.

Aqui não faremos um relato minucioso da seção de formação, mas pretendemos apresentar uma análise das respostas apresentadas pelas professoras.

Apresentamos o protocolo de pesquisa que Nunes (2009) utilizou no seu Estudo Piloto. Reiteramos que tal instrumento era composto de seis questões que pretendiam introduzir o conceito de fração em situação quociente envolvendo problemáticas que podem ser encontradas no cotidiano do aluno e destas:

- as duas primeiras questões tinham a finalidade de apresentar uma primeira exploração de situações quociente
- as duas seguintes se pretendia “realizar o ensino” da representação fracionária do significado quociente buscando transferir tal ideia para situações envolvendo parte-todo..
- nas últimas questões procurou-se verificar se identificavam equivalências de frações.

O grupo vivenciou o mesmo protocolo do estudo piloto e apresentou os seguintes resultados:

### **Análise dos saberes dos professores:**

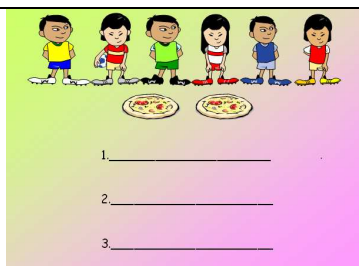
Exibiremos, a seguir, a análise dos resultados do protocolo aplicado aos professores envolvidos na pesquisa. Almejamos estudar a compreensão desses docentes em tal situação.

Para isso apresentamos os dados de uma das seis questões que compõem o protocolo de pesquisa e uma breve análise. Optamos por não apresentar os dados das demais, visto que todas as professoras acertaram as quatro primeiras. Vale lembrar que as duas questões iniciais tratavam da situação quociente envolvendo o cotidiano e as seguintes com o foco no ensino de frações voltado exclusivamente para a representação, atividades que são apropriadas, principalmente para os alunos que nunca tiveram contato com o conteúdo matemático frações. É importante ressaltar que o resultado da última questão é semelhante ao item que apresentaremos a seguir:

### Questão 5

**Objetivo:** o objetivo principal desta questão é o de verificar se os alunos identificam equivalências de frações. Inicialmente, nos itens A, B e C procurou-se verificar se havia, por parte do aluno a compreensão da ideia de quociente e se havia a permanência do entendimento do que ocorria ao juntar dois pedaços de mesmo tamanho. Em seguida, por meio de outra possibilidade a de “partição” procurou-se verificar se o aluno identificava a equivalência.

Para verificar se realmente o aluno compreendeu a equivalência, a autora propõe que o aluno apresente duas maneiras diferentes de representar “frações equivalentes”, como podemos verificar na questão.



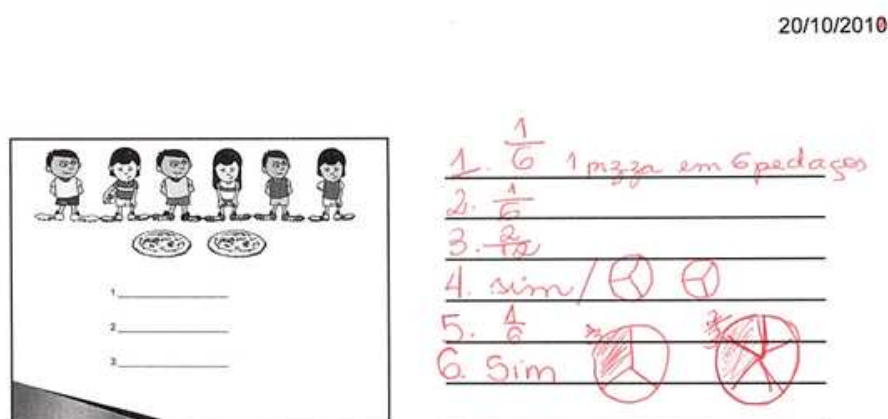
a) Seis crianças foram a uma pizzaria e pediram duas pizzas para repartir igualmente. O garçom era muito simpático e trouxe uma pizza de cada vez para eles não deixarem a pizza esfriar. Como eles podem dividir a pizza? Que fração da primeira pizza cada um vai ganhar?	<b>100% de acertos</b>
b) Quando o garçom trazer a segunda pizza, quanto cada um vai ganhar?	100% de acertos
c) Que fração cada um vai ganhar ao todo?	60 % de acertos
d) Se o garçom trazer as duas pizzas de uma vez, eles podem dividir de outra maneira? Como? Que fração da pizza cada um vai ganhar ?	30 % de acertos

Nesta questão confirmamos que é de conhecimento de todos os professores a representação fracionaria de uma situação partição. Tal fato foi constatado ao analisarmos os itens **a** e **b** e relacionarmos com a quantidade de professores que acertaram esses itens.

Os Itens **c** e **d** foram referenciados nos estudos de Streefland de 1991. O autor utiliza situações centradas na realidade envolvendo a divisão e criou um

problema semelhante a esse envolvendo uma certa família<sup>13</sup>.

Nestes dois itens o nível de acerto foi entre relativamente baixo, portanto os docentes encontraram mais dificuldade. A figura a seguir representa tal fato.



Analisando o protocolo acima observamos que os erros cometidos pelos professores foram semelhantes aos dos alunos durante a intervenção de Nunes (2009). Alguns professores escrevem a soma como  $2/12$ , o que provavelmente ocorreu ou porque os docentes somaram os numeradores e denominadores como Naturais ou porque consideraram as duas pizzas como o todo.

Consideramos que promover formação aos professores utilizando os resultados deste estudo, e também os dados dos alunos podem apontar que a experiência de trabalhar frações com situações de quociente pode promover novas reflexões sobre o conceito deste conteúdo matemático.

Em seguida procuramos verificar no grupo se havia interesse em aplicar o protocolo. Então duas das professoras envolvidas aceitaram o convite, fato que consideramos relevante por se tratar de uma época do ano em que se observa uma dificuldade maior dos docentes em propor atividades diferentes das rotineiras, uma

<sup>13</sup> Streefland (1991) apresenta uma situação em que se pretende distribuir pizzas. O autor descreve uma família -pai, mãe e dois filhos – informa que deveriam partilhar duas pizzas, que ficariam prontas em momentos diferentes. Quando a primeira pizza ficou pronta foi dividida em quatro partes iguais e cada membro da família comeu uma das partes; quando a segunda pizza ficou pronta, também foi cortada em quatro partes iguais.

vez que no final do ano há, segundo o grupo de educadoras participantes do curso, uma “cobrança burocrática maior”.

Sendo assim marcamos uma sessão para a apresentação dos resultados.

Na data marcada tivemos a participação de grande parte do grupo de professores, todavia como, as duas professoras relataram que não houve tempo hábil para fazer uma análise dos dados que elas haviam coletado. Houve então por parte do grupo a proposta para que as professoras descrevessem apenas suas primeiras percepções.

### dados dos alunos da professora L

Alunos	Questão 1a	Certo/errado	Questão 1b	Certo/errado	Questão 1c	Certo/Errado
1	Tinha 6	Certo	Tem 6 e meio	Errado	A Mais	Errado
2	6 biscoitos	Certo	3 biscoitos	Certo	Menos quantidade	certo
3	6	Certo	12	Errado	Menos	certo
4	6 biscoitos	Certo	12 biscoitos	Errado	Elas vão ganhar menos	certo
5	6 biscoitos	Certo	3 biscoitos	Certo	Elas vão receber menos	Certo
6	No pacote tinha 6 biscoitos	Certo	No pacote tinha 3 biscoitos	Certo	Vão receber menos biscoitos	certo
7	6	Certo	6 e meio	Errado	6	Errado
8	Pacote de biscoito	Errado	3 chocolates	Certo	"Não Respondeu"	Errado
9	Terão 6 biscoitos	Certo	Terão 3 biscoitos	Certo	Terão 6 biscoitos	Errado
10	6	Certo	"Não Respondeu"	Errado	"Não Respondeu"	Errado
11	6	Certo	3	Certo	Menos	certo
12	6	Certo	"Não Respondeu"	Errado	"Não Respondeu"	Errado
13	6 biscoitos	Certo	1 Biscoito	Errado	Eles vão receber Menos	certo
14	Tinham no pacote 6 biscoitos	Certo	Tinham no pacote 3 biscoitos	Certo	Vão receber menos quantidade	certo
15	6	Certo	6 e meio	Errado	Menos	certo

Ao final do encontro, devido ao fato de considerarmos que não conseguimos fazer uma análise profunda acerca da intervenção das professoras e principalmente

sobre as estratégias utilizadas pelos alunos acreditamos ser importante entrevistar as educadoras. Assim antes do término do encontro confirmamos tal possibilidade. As duas professoras responderam afirmativamente.

Decorrida a fase da intervenção e da efetivação do trabalho dos professores, nos envolvemos na elaboração de um roteiro de entrevista (anexo VER o numero).

Buscamos no roteiro da entrevista focalizar os aspectos relacionados ao tema que foram abordados com esse professor durante sua formação.

Procuramos, ainda, investigar a análise que o professor fazia de sua atividade docente nesse ano. Pedimos para que os professores falassem livremente sobre seu trabalho relacionado à representação fracionária dos números racionais, naquele ano, para só depois questionar sobre itens mais específicos como, por exemplo, se haviam desenvolvido alguma atividade discutida durante a formação, se julgavam haver alcançado os resultados esperados ou se alguma vivência fora impraticável. Nesse momento pretendíamos identificar elementos reputados por esse professor como antes da intervenção e após a intervenção para o desenvolvimento de seu trabalho em sala de aula.

Contatamos então as duas professoras, contudo só conseguimos a confirmação de uma das docentes.

#### **3.4.1 Descrição da entrevista semiestruturada realizada com um dos professores**

Utilizamos o roteiro que apresentaremos em anexo para realizar a entrevista a professora representada pela letra L. Já que foi essa uma das docentes que aplicou o protocolo de pesquisa aos alunos da sua turma e que conseguimos contato. Descreveremos a seguir como ocorreu à entrevista.

A primeira parte do protocolo da entrevista apresentado à professora L foi composta de cinco questões que permitiram avaliar seu perfil, acrescidas de um item sobre o trabalho que vinha sendo feito até então, relacionado a frações: os processos de ensino e aprendizagem, as estratégias utilizadas até então. Procuramos questionar também a formação inicial e continuada envolvendo a

mesma temática. E ainda convidamos a professora a observar e refletir sobre o que um de seus alunos que nunca ouvirá falar sobre frações responderam no protocolo. Ainda incluímos uma pergunta sobre os objetivos de cada uma das questões referentes ao protocolo de pesquisa.

Optamos em apresentar no quadro abaixo parte da entrevista com a professora entrevistada, retirando somente o perfil profissional que relatamos anteriormente. Consideramos que as respostas da professora pesquisada nos permitiu acreditar que a reflexão na prática sobre a prática e a partir da prática ocorreram e podem ser observada e confirmada na entrevista.

A pesquisadora diz: eu vou fazer algumas perguntas para você, ai você responde.  
A pesquisadora pergunta: Antes dos nossos encontros em que momento da sua formação você discutiu o tema fração, e como foi?

**A professora responde:** Que eu me recorde eu não discuti a fração, porque eu fiz a habilitação do fundamental, mas eles trabalhavam bastante a importância dos jogos nas aulas, mas o conceito fração eu não me recordo.

A pesquisadora pergunta: E quando você estudou como que era?

**A professora responde:** Era bem repetição, você via lá o parte todo, vc repetia sem entender muitas vezes os conceitos da divisão, o que era denominador, numerador, Enfim.

A pesquisadora pergunta: Como você trabalhava fração até o ano passado?

**A professora responde:** Por repetição também, trabalhando a escrita do parte todo, fazendo a divisão “o desenho” e a representação escrita.

A pesquisadora pergunta: Ao longo da intervenção e dessa reflexão, quais aspectos você considera importante para a abordagem do conceito de fração na sua prática docente? E quais os aspectos você considera desnecessário?

**A professora responde:** Desnecessário é a repetição, e agora necessário é você trabalhar situações do cotidiano da criança, fazendo com que ela entenda como o processo da divisão pra chegar ao número.

A pesquisadora pergunta: Do que foi discutido durante todo processo, você olhou o protocolo das crianças, a formação, as discussões realizadas, a própria aplicação do seu instrumento, você mudaria alguma coisa na sua prática?

**A professora responde:** Sim, porque eu percebi que as crianças têm o conhecimento delas, e a partir dali que você tem que fazer com que elas melhorem suas hipóteses, elas já têm algumas hipóteses e a partir dali é que você trabalha, e não trabalhar primeiro a teoria para depois chegar na prática e isso faz a diferença no dia a dia.

A pesquisadora diz: Vamos dar uma olhada no protocolo. Na questão das pizzas a criança respondeu aqui, que cada um iria comer  $\frac{1}{6}$  da primeira pizza e depois iria comer  $\frac{1}{6}$  da segunda pizza. E pergunta para a professora: Você concorda com isso?

**A professora responde:** Sim.

A pesquisadora pergunta: Você sabia que eles sabiam resolver esse tipo de situação?

**A professora responde:** Não, fui descobrindo ao longo da aplicação da atividade.

A pesquisadora diz: Só que aí depois a aluna responde assim: Cada um vai ganhar  $\frac{2}{12}$  da pizza. E pergunta para a professora: O que você acha que a levou sua aluna a responder isso?

**A professora respondeu:** Ela somou as duas frações só que a parte de cima e a parte de baixo.

A pesquisadora pergunta: Mas porque você acha que ela fez isso?

**A professora responde:** pra saber quanto cada um ia ganhar da pizza, e como era das duas pizzas, ela somou o quanto cada um ia ganhar de cada pizza.

A pesquisadora pergunta: Você concorda que é  $\frac{2}{12}$ ?

**A professora responde:** A resposta não o raciocínio sim.

A pesquisadora faz uma pergunta afirmativa: Ela colocou  $\frac{2}{12}$  porque ela somou os dois.

**A professora responde:** Sim.

A pesquisadora diz: Na próxima pergunta ela representa de forma diferente. E a aluna representa: 12 pedaços.

E pergunta: o que você acha que a levou a responder isso?

**A professora responde:** A divisão que ela fez da soma, ela somou as duas fez a divisão a partir desta fração.

A pesquisadora diz: Ela prova outra coisa.

A pesquisadora agradece a professora.

Término da entrevista

Avaliando a relevância da análise optamos em realizá-la no próximo capítulo.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

---

Nestas considerações finais, apresentamos uma síntese de nossas reflexões sobre as sessões de intervenção, os depoimentos dos professores durante esse processo, e em especial da professora L a respeito dos processos de ensino e aprendizagem das frações especialmente as apresentadas em situações quociente com o objetivo de responder à questão de pesquisa. Expomos, também, nosso ponto de vista sobre os princípios que deveriam ser levados em conta para se desenvolver um projeto de formação continuada de professores que ensinam Matemática.

Todavia, consideramos conveniente retomar sucintamente aspectos dessa pesquisa.

O propósito desta pesquisa é o de identificar e analisar o conhecimento profissional de professores que ensinam matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental a respeito do processo de ensino e aprendizagem de frações quando estes participaram de um processo de formação continuada. Tal processo formativo teve como foco as discussões sobre a introdução do conceito de fração por meio do significado quociente.

Nossa pesquisa teve como ponto de partida a análise de um protocolo apresentado por Nunes inspirado nos estudos de Streefland (1991, 1997). Tais pesquisas indicam que introduzir o conceito de fração pela situação quociente pode ser a melhor maneira de abordar esse conceito, todavia, chama a atenção para o fato de ser necessário que o professor se aproprie destas ideias. O mesmo foi relatado também por Mamede (2007), em que o estudo sugere que iniciar por essa abordagem parece favorecer a utilização do conhecimento informal sobre frações.

Contudo pesquisas no Brasil (Garcia Silva, 2007; Canova, 2006, dentre outros) e mesmo documentos oficiais (PCN, 1997) indicam que o professor inicia essa abordagem pelo conceito parte todo.

Pensando nessas pesquisas organizamos uma intervenção em um curso de formação para professores que ensinam matemática. Essa pesquisa, de natureza

qualitativa e foi desenvolvida no âmbito do Observatório da Educação da UNIBAN, um projeto financiado pela CAPES.

A organização dessa intervenção foi realizada em 9 horas distribuídas em 3 encontros. Para discutir essa possibilidade de trabalho inicialmente fizemos um levantamento para investigar as concepções e conhecimentos dos professores envolvidos no curso. Para a coleta de dados foram utilizados os seguintes instrumentos: questionários, registros de observações colhidos nas sessões de formação, resoluções dos professores e de seus alunos de problemas propostos, além de entrevista semiestruturada.

A questão de pesquisa que nos orientou no desenvolvimento deste trabalho foi:

***Como os professores que atuam nos anos iniciais do ensino fundamental podem aprender pela prática, na prática e a partir da prática da sala de aula por meio de discussões sobre situações problema envolvendo frações em um curso de formação?***

Para responder essa questão apoiamos nossos estudos nos trabalhos de Schon (1983), que discutem a reflexão sobre a prática docente, nos amparamos ainda pelas discussões de Shulman (1986) e Tardif (2000) que ampliam essas discussões. Para as questões relacionadas ao ensino e aprendizagem de frações utilizamos a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1990; 2000); a classificação indicada por Nunes (2003), sobre os construtos dos números racionais nos referenciamos as ideias de Kieren (1988).

Este estudo conclui que o trabalho colaborativo e reflexivo dos professores se torna fundamental para o desenvolvimento profissional docente. As reflexões sobre as atitudes do grupo e as decisões individuais contribuíram para as mudanças contínuas que ocorrem durante a formação.

Consideramos que as professoras (re) significaram o conceito de fração, e indicaram de certa forma haver compreendido a importância do estudo em que se propõe iniciar trabalho docente começando pelo significado quociente. Entretanto, foi na entrevista que encontramos de que realmente ocorreu mudança nas concepções. Observamos no discurso da professora L durante a entrevista que a mesma conseguiu estabelecer relações entre a introdução da temática fração por meio de situações quociente e o processo de ensino e aprendizagem da fração. Seu

depoimento e análise dos protocolos dos alunos nos leva a inferir que realmente ocorreu mudança nas concepções em relação a introdução da temática.

Ao analisar o protocolo de pesquisa de um de seus alunos a professora relata que percebeu que as crianças já trazem conhecimento sobre a divisão e que acredita poder a partir daí trabalhar situações envolvendo quociente relacionando situações com foco na divisão as quais, segundo ela, próximas ao cotidiano da criança. Dessa entrevista concluímos que os momentos de reflexão sobre a prática podem ser proporcionados durante a formação de professores, e que os processos de formação deveriam oferecer mais momentos de reflexão, em especial com análise de produções dos alunos,

Acreditamos que a forma como foram desenvolvidas as discussões e a entrevista fizeram a diferença durante toda a intervenção, os professores se sentiram muito a vontade em declarar que não precisavam apenas conhecer uma metodologia para melhor introduzir a fração, mas principalmente compreender o conteúdo matemático.

## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

---

ALARCÃO, I. Reflexão crítica sobre o pensamento de D.Schon e os programas de formação de professores. In:\_\_\_\_\_(org.) Formação reflexiva de professores: estratégia de supervisão. Portugal: Porto Editora, 1996.

CANOVA, R.f. Crença, concepção e competência dos professores do 1º e 2º ciclos do ensino fundamental com relação à fração. dissertação de mestrado, PUC/SP, São Paulo. 2006.

Cardoso, P.. Mamede, E.(2009) Considerações Sobre O Ensino-Aprendizagem Do Conceito De Fração À Luz De Um Estudo Com Alunos Do 6.º Ano Do EnsinoBásico. Actas do X Congresso Internacional Galego-Português de Psicopedagogia. Braga: Universidade do Minho,

MAMEDE, E; Nunes, T; Bryant Peter. The Equivalence And Ordering Of Fractions In Partwhole And Quotient Situations. In Chick, H. L. & Vincent, J. L. (Eds.). Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 3, pp. 281-288. Melbourne: PME. 2005.

NUNES, T.; BRYANT, P. Crianças fazendo matemática. Porto Alegre: Artes Médicas. 1997.

\_\_\_\_\_et AL. Introdução à Educação Matemática: os números e as operações numéricas. São Paulo: PROEM. 2001

NUNES, T.; CAMPOS, T.; MAGINA, S.; BRYANT, P. Educação matemática: números e operações. São Paulo: Cortez. 2005.

RODRIGUES, Wilson Roberto (2005). Números racionais: um estudo das concepções de alunos após o estudo formal. Orientada pela Profa. Dra. Tânia Maria Mendonça Campos. São Paulo: PUC/SP.

SCHÖN, D.: *Formar professores como profissionais reflexivos*. In NÓVOA, A (org.) *Os professores e sua formação*. Lisboa, Publicações Dom Quixote, 1995.

SHULMAN, L.: *Knowledge and teaching: Foundations of the new reform*. IN Harvard Educational review, v.57, n. 1, February, 1987, 1 – 21.

\_\_\_\_\_ : Renewing the Pedagogy of teacher education: The impact of subject-specific conceptions of teaching, in Montero Mesa e J.M. Vaz Jeremias: *Las didácticas específicas en la formación del profesorado*. Santiago de Compostela: Tórculo Edicións, 1992.

SILVA, A (2007) "O desafio do desenvolvimento profissional docente: análise da formação continuada de um grupo de professores das séries iniciais do Ensino Fundamental, tendo como objeto de discussão o processo de ensino e aprendizagem de frações".

TARDIF, M.: *Saberes docentes e formação profissional*. Petrópolis, RJ: Vozes, 2002.

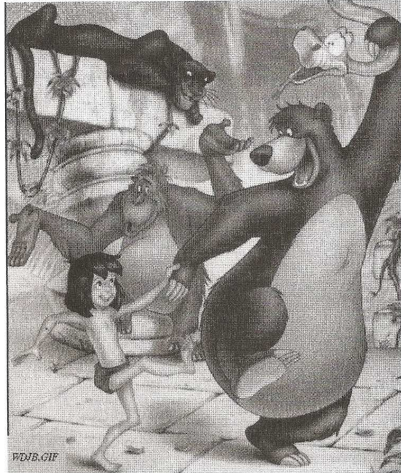
ZEICHNER, K(1993) *Formação reflexiva de professores: idéias e práticas*. Lisboa: Educa.



## Anexos

---

---



**Parabéns! Você está descobrindo como se escrevem as frações!**

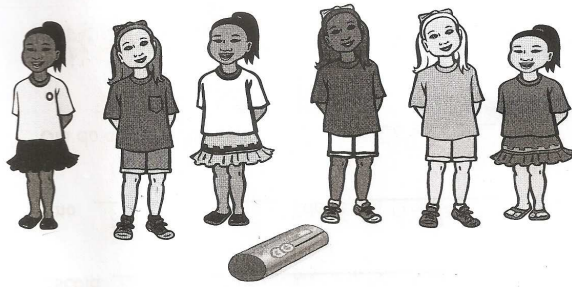


1. mães, pois são 3 barras e 4 pessoas.

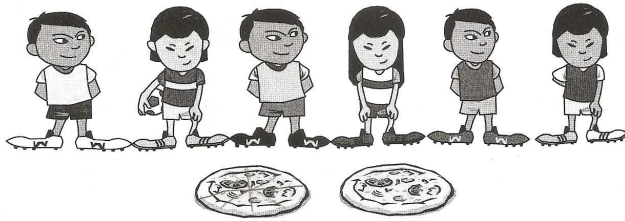
2. sim, pois sobra uma barra.

3. dividi a barra por 4 (a barra que sobra).

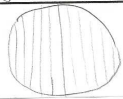
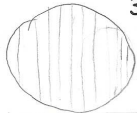




1. um pacote tinha 6 biscoitos.
2. um pacote tinha 3 biscoitos.
3. vão receber menos biscoitos.
4. \_\_\_\_\_



1. cada um vai comer  $\frac{1}{6}$  da 1ª pizza.
  2. cada criança vai ganhar  $\frac{1}{6}$  da 2ª pizza.
  3. cada um vai ganhar  $\frac{2}{12}$  com as 2 pizzas.
- Assim, comeram a mesma quantidade.



Alunos	Questão 1a	Certo/errado	Questão 1b	Certo/errado	Questão 1c	Certo/Errado
1	Tinha 6	Certo	Tem 6 e meio	Errado	A Mais	Errado
2	6 biscoitos	Certo	3 biscoitos	Certo	Menos quantidade	certo
3	6	Certo	12	Errado	Menos	certo
4	6 biscoitos	Certo	12 biscoitos	Errado	Elas vão ganhar menos	certo
5	6 biscoitos	Certo	3 biscoitos	Certo	Elas vão receber menos	Certo
6	No pacote tinha 6 biscoitos	Certo	No pacote tinha 3 biscoitos	Certo	Vão receber menos biscoitos	certo
7	6	Certo	6 e meio	Errado	6	Errado
8	Pacote de biscoito	Errado	3 chocolates	Certo	"Não Respondeu"	Errado
9	Terão 6 biscoitos	Certo	Terão 3 biscoitos	Certo	Terão 6 biscoitos	Errado
10	6	Certo	"Não Respondeu"	Errado	"Não Respondeu"	Errado
11	6	Certo	3	Certo	Menos	certo
12	6	Certo	"Não Respondeu"	Errado	"Não Respondeu"	Errado
13	6 biscoitos	Certo	1 Biscoito	Errado	Eles vão receber Menos	certo
14	Tinham no pacote 6 biscoitos	Certo	Tinham no pacote 3 biscoitos	Certo	Vão receber menos quantidade	certo
15	6	Certo	6 e meio	Errado	Menos	certo

## ROTEIRO PARA ENTREVISTA COM O PROFESSOR

Professora \_\_\_\_\_

SÉRIE \_\_\_\_\_ -

### I- DADOS PESSOAIS

1. Formação inicial:

.1 Instituição:

.2 Ano de Conclusão do Curso:

2. Tempo de Magistério:

3. Jornada nesta escola:

4. Trabalha em outra/s escola/s? Não ( ) Sim ( )

5. Se respondeu sim a questão anterior especifique:

5.1 quantas: \_\_\_\_\_

5.2 pública/s ( ) ou particular/es ( )

5.3 :jornada:

### II-O ENFOQUE DA REPRESENTAÇÃO FRACIONÁRIA DOS NÚMEROS RACIONAIS DURANTE:FORMAÇÃO INICIAL ,CONTINUADA E NO TRABALHO PEDAGÓGICO EM SALA DE AULA

1. Antes dos nossos encontros, em que momentos de sua formação você discutiu o tema frações e como foi? E quando você estudou como era?

2. Como você trabalhava com fração até o ano passado?

### III-SOBRE A INTERVENÇÃO

1. Você participou dos encontros onde discutimos os Significados das Frações?

Não [ ] Sim [ todos (nesse ano,sim)

sim[ ] alguns:

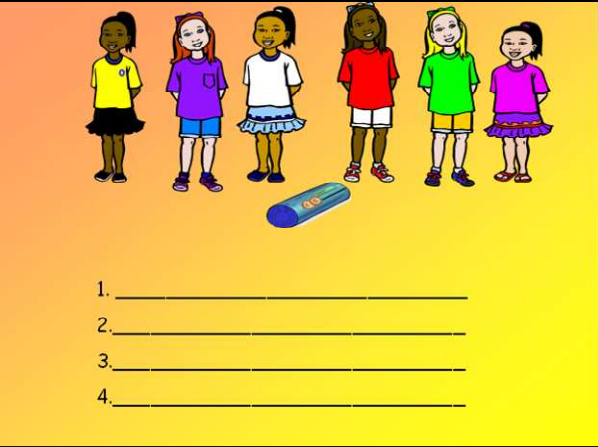
informe quantos

2. **Ao longo da intervenção e desta nossa reflexão, quais aspectos você considera importantes para a abordagem do conceito de fração na sua prática docente? E quais aspectos você considera desnecessários?**
  
3. **Do que foi discutido durante este processo, o que você considera possível aplicar em suas aulas? Em que sentido as discussões realizadas aqui, durante a aplicação do instrumento e no curso poderiam mudar sua prática em sala de aula, para ajudar os alunos na construção desse conhecimento?**
  
4. **Vamos analisar um dos protocolos?**
  
5. **Você sabia que eles sabiam resolver esse tipo de situação?**

**Protocolo de Pesquisa respondido pela professora referente ao objetivo.**

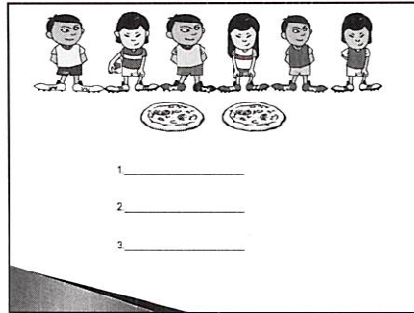
Essas questões compõem o protocolo utilizado com seus alunos em 2010.





Qual o objetivo de cada situação apresentada no instrumento.

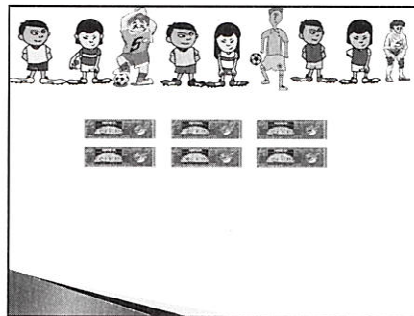
<b>Questão 1</b>	
Seis meninas vão repartir igualmente um pacote de biscoito O pacote está fechado. Não sabemos quantos biscoitos há dentro.	
	
1. _____ 2. _____ 3. _____ 4. _____	
1. Se cada menina receber um biscoito e não sobrar nenhum, quantos biscoitos tinham no pacote? _____	
2. Se cada menina receber meio biscoito e não sobrar nenhum, quantos biscoitos tinham no pacote? _____	
3. Se chegassem mais umas meninas e todas fossem receber a mesma quantidade, o que vai acontecer quando elas distribuírem os biscoitos? Cada uma vai ganhar mais, menos, ou a mesma quantidade que antes? _____	
4. Um amigo seu disse que não sabe como resolver se elas ganham mais, menos, ou a mesma quantidade. Explique para ele como ele pode saber.	

**O objetivo desta atividade é trabalhar a divisão, o quociente da fração.**

20/10/2010



1.  $\frac{1}{6}$  1 pizza em 6 pedacos
2.  $\frac{1}{6}$
3.  $\frac{2}{12}$
4. sim /  
5.  $\frac{1}{6}$   
6. Sim



- 1.
2.  $\frac{2}{3}$  e  $\frac{6}{9}$
3. sim  
porque o pedaco que é equivalente o pedaco dividido

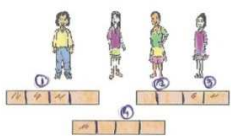
1.  $\begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array} = \frac{2}{3}$

ou

$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square \\ \hline \end{array}$  cada barra em 9 e cada  $o_3$  receberá  $\frac{06}{9}$

Questão 6

Foram divididas igualmente para 4 crianças, 3 barras de chocolate.



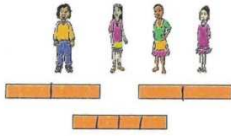
a) Cada criança receberá 1 chocolate inteiro?  
 Sim  Não

b) Cada criança receberá pelo menos metade de um chocolate?  
 Sim  Não

c) Que fração de chocolate cada criança receberá?  
 Resposta:

Questão 6

Foram divididas igualmente para 4 crianças, 3 barras de chocolate.



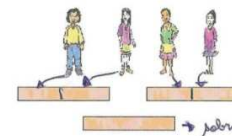
a) Cada criança receberá 1 chocolate inteiro?  
 Sim  Não

b) Cada criança receberá pelo menos metade de um chocolate?  
 Sim  Não

c) Que fração de chocolate cada criança receberá?  
 Resposta:

Questão 6

Foram divididas igualmente para 4 crianças, 3 barras de chocolate.



a) Cada criança receberá 1 chocolate inteiro?  
 Sim  Não

b) Cada criança receberá pelo menos metade de um chocolate?  
 Sim  Não

c) Que fração de chocolate cada criança receberá?  
 Resposta: