UNIVERSIDADE BANDEIRANTE DE SÃO PAULO

DARTAGNAN GARCIA PIMENTA

ANÁLISE DAS RESOLUÇÕES DE QUESTÕES DE ÁLGEBRA POR ALUNOS DO PROGRAMA NACIONAL DE INCLUSÃO DE JOVENS (PROJOVEM) NO MUNICÍPIO DE ITAQUAQUECETUBA

UNIBAN/SP

SÃO PAULO

2011

MESTRADO ACADÊMICO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

DARTAGNAN GARCIA PIMENTA

ANÁLISE DAS RESOLUÇÕES DE QUESTÕES DE ÁLGEBRA POR ALUNOS DO PROGRAMA NACIONAL DE INCLUSÃO DE JOVENS (PROJOVEM) NO MUNICÍPIO DE ITAQUAQUECETUBA

Dissertação apresentada como exigência parcial à Banca Examinadora da Universidade Bandeirante de São Paulo - UNIBAN, para a obtenção do título de Mestre em Educação Matemática, sob a orientação da Prof[a]. D[ra]. ROSANA NOGUEIRA DE LIMA.

SÃO PAULO

2011

Pimenta, Dartagnan Garcia

Análise das resoluções de questões de Álgebra por alunos do programa nacional de inclusão de jovens (ProJovem) no município de Itaquaquecetuba / Dartagnan Garcia Pimenta. - São Paulo: [s.n.], 2011.

76 f ; il; 30 cm.

Dissertação de Mestrado - Programa de Pós Graduação em Educação Matemática, Universidade Bandeirante de São Paulo, Curso de Educação Matemática.

Orientadora: Prof^{a}. D^{ra}. Rosana Nogueira de Lima.

1. ProJovem 2.Matemática 3.Álgebra 4.Ensino e Aprendizagem I. Título.

UNIVERSIDADE BANDEIRANTE DE SÃO PAULO

DARTAGNAN GARCIA PIMENTA

ANÁLISE DAS RESOLUÇÕES DE QUESTÕES DE ÁLGEBRA POR ALUNOS DO PROGRAMA NACIONAL DE INCLUSÃO DE JOVENS (PROJOVEM) NO MUNICÍPIO DE ITAQUAQUECETUBA

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de MESTRE EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, na Universidade Bandeirante de São Paulo – UNIBAN, à seguinte banca examinadora:

Profa. Dra. Rosana Nogueira de Lima (Orientadora)
Doutorado em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP) em 2007.

Profa. Dra. Maria Célia Leme da Silva (Membro Titular Externo - UNIFESP)
Doutorado em Educação pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP) em 2002.

Prof. Dra. Maria Elisabette Brisola Brito Prado (Membro Titular Interno – UNIBAN)
Doutorado em Educação pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP) em 2003.

UNIBAN
SÃO PAULO
2011

Autorizo exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta dissertação por processos de foto copiadoras ou eletrônicos.

Assinatura: ______________________________ **Local e Data:**___________

DEDICATÓRIA

Dedico esse trabalho às pessoas mais importantes da minha vida, às minhas filhas Layla e Ludmila e à minha esposa Vanusa.

AGRADECIMENTOS

À professora e orientadora Rosana Nogueira de Lima, pelo incansável trabalho de orientação, incentivo, tranquilidade, confiança, dedicação e, sobretudo, pela paciência, compreensão e amizade nos momentos difíceis.

Aos professores do Mestrado pelas sugestões e críticas que contribuíram para melhoria da qualidade deste trabalho.

Aos colegas do Mestrado por sua amizade, companheirismo e sugestões em todos os momentos do curso.

Ao programa de Estudos de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Bandeirante de São Paulo que, por meio de sua Coordenação, me ofereceu a oportunidade de estudar e concluir este Mestrado em Educação Matemática.

Aos alunos do ProJovem (Programa Nacional de Inclusão de Jovens) do município de Itaquaquecetuba.

Aos meus familiares, pelo apoio, incentivo, e compreensão, principalmente nos momentos mais difíceis.

À minha esposa, amiga e companheira Vanusa e minhas filhas Ludmila e Layla, pelo apoio, incentivo, paciência, compreensão e pelos momentos de ausência durante a dedicação a esse trabalho em Educação Matemática.

A todos os meus alunos e ex-alunos, por me fazerem acreditar que com a educação tudo é possível.

A todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização deste trabalho, meu muito obrigado!

E finalmente, ao Criador, Inteligência Suprema, pela oportunidade de crescimento e aquisição de novos conhecimentos.

APRESENTAÇÃO

Na formação de professores e na educação em geral, devemos continuar lutando para nos aproximarmos mais de um mundo em que aquilo que queremos para nossos próprios filhos esteja ao alcance dos filhos de todos. Este é o único tipo de mundo com o qual podemos ficar satisfeitos, e nada, [...], merece nosso apoio, a não ser que ajude a nos acercar mais desse tipo de mundo.

KENNETH M. ZEICHNER

RESUMO

No presente trabalho, apresentamos os resultados de uma investigação feita com uma turma de alunos do Programa Nacional de Inclusão de Jovens (ProJovem) do município de Itaquaquecetuba/SP, em que procuramos identificar e analisar os procedimentos e estratégias utilizadas por esses alunos na resolução de questões de Álgebra contidas no SARESP 2007. Este Programa tem por objetivo proporcionar a jovens de 18 a 29 anos a conclusão do Ensino Fundamental, bem como qualificá-los profissionalmente. Para realizar esta pesquisa, baseamo-nos nos procedimentos metodológicos de Ribeiro (2001) e nos aspectos processual e estrutural da Álgebra elaborados por Kieran (1992, apud Ribeiro, 2001). Dessa forma, aplicamos oito questões do SARESP 2007 a 20 alunos de uma turma do ProJovem, e analisamos suas respostas, buscando os aspectos estrutural e processual em suas estratégias. Com os resultados obtidos, percebe-se que a interpretação de problemas algébricos que exigem uma tradução da linguagem corrente para a linguagem simbólica apresenta obstáculos, e que a resolução de questões de Álgebra utilizando-se dos aspectos processual ou estrutural da Álgebra, está vinculada à natureza da questão. Esses foram os principais fatores detectados na presente pesquisa.

Palavras-chave: ProJovem, Matemática, Álgebra, Ensino e Aprendizagem.

ABSTRACT

In this study, we present the findings of a research conducted with a group of students from the National Program for Youth Inclusion (ProJovem) in Itaquaquecetuba/SP, in an attempt to identify and analyse procedures and strategies those students use to solve algebraic questions from SARESP 2007. This Program aims at providing secondary school level and professional qualifications to 18 to 29 year-old youngsters. For this research, we have based our method on the one used by Ribeiro (2001), and on procedural and structural aspects of Algebra developed by Kieran (1992, apud Ribeiro, 2001). In this way, we have administered eight algebraic questions from SARESP 2007 to 20 students of a ProJovem's group, and analysed their answers, searching for processual and structural aspects in their solving strategies. With our findings, we have realised that interpreting algebraic problems that require translating current language to the symbolic one is an obstacle. In addition, solving algebraic questions by using procedural or structural aspects of Algebra are strongly linked to the nature of the question. These were the main factors identified in this research.

Keywords: ProJovem, Mathematics, Algebra, Teaching and Learning.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Relevância do tema pesquisado

Durante a minha trajetória na área educacional na última década, e em especial ministrando aulas a alunos de periferia em escolas públicas da Rede Estadual de Educação, tendo também, coordenado o Programa Nacional de Inclusão de Jovens (ProJovem) no município de Itaquaquecetuba, Programa este voltado especialmente para o segmento juvenil mais vulnerável e menos contemplado por políticas públicas vigentes, fui motivado, dadas as observações feitas em minha prática docente, bem como questionamentos, indagações e inquietações, à elaboração e consecução dessa pesquisa, e ao grande desafio que ela representa. O censo demográfico realizado pelo IBGE[1] no ano de 2000 e os dados da PNAD[2] realizada em 2003 (Relatório – ProJovem, 2007, p.17) confirmam o quadro de vulnerabilidade dos jovens entre 18 e 29 anos. Devido a esses dados, constatou-se a necessidade de um Programa especialmente voltado para este segmento juvenil. O desenvolvimento do ProJovem é um desafio que, enquanto coordenador, assumi em nome do compromisso de luta contra as desigualdades e a exclusão social, colaborando com a possibilidade de dar educação básica aos jovens, numa tentativa de diminuir desigualdades e a exclusão social; com a confiança que deposito na força e potencialidade da juventude brasileira; ainda mais por se tratar de alunos que estiveram muito tempo afastados da escolaridade, por diversos motivos, como: necessidade de trabalhar para auxiliar na renda familiar, gravidez na adolescência, entre outros.

Preocupado com a qualidade do ensino e a inclusão destes jovens mencionados acima, resolvi me aperfeiçoar; fiz Especialização em Educação Matemática pela PUC-SP, e iniciei, com o mesmo intuito da especialização, o Mestrado Acadêmico em Educação Matemática na UNIBAN.

---

[1] IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística – 20% da população dos brasileiros possuem entre 15 e 24 anos, desse grupo, 23,4 milhões de jovens tinham de 18 a 24 anos.
[2] PNAD – Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios – dos 23,4 milhões de jovens entre 18 a 24 anos, 34% estavam frequentando a escola.

Enquanto aluno do mestrado e professor de Matemática da rede pública estadual e também do ensino superior, verifico que a Álgebra é considerada por muitos alunos como um ramo da Matemática particularmente difícil, talvez pelas dificuldades de ensinar os conteúdos algébricos, assim como dificuldades de aprender apresentadas pelos alunos da Educação Básica que fui percebendo em minha experiência profissional. Mas como ocorrem esses erros? Como trabalhar para evitar que esses alunos errem questões de Álgebra? O que estão errando? Será que os erros e dificuldades em Álgebra de alunos de programas diferenciados como o ProJovem são os mesmos cometidos por alunos do ensino regular?

Uma das aprendizagens do curso de mestrado diz respeito ao contato com pesquisas na área de Educação Matemática. Ao longo do curso, tivemos contato com diferentes artigos e dissertações. Dado que o ProJovem não é seriado, entendemos que seria importante buscarmos trabalhos relacionados às dificuldades de aprendizagem por alunos de diversas idades, de forma a termos uma visão geral dessas dificuldades, e de quais poderiam se manifestar nos sujeitos de nossa pesquisa. Encontramos vários estudos que apresentam reflexões e referências sobre as dificuldades de compreensão da Álgebra enfrentadas por diversos alunos. Existem trabalhos que discutem dificuldades de aprendizagem em Álgebra e outros que apresentam possíveis melhorias para o ensino da Álgebra. Dentre eles, destacamos Scarlassari (2007); Pesquita (2007) e Gil (2008), mas foi em Ribeiro (2001) e Kieran (1992) que encontramos o aporte que estávamos procurando para o desenvolvimento de nossa pesquisa.

No presente trabalho, destacamos a nossa preocupação com o ensino e a aprendizagem da Álgebra, sempre muito presente em nossa prática, que nos levou a procurar conhecer pesquisas desenvolvidas sobre o tema. Procuramos identificar e analisar como os alunos do Programa Nacional de Inclusão de Jovens do município de Itaquaquecetuba (ProJovem) trabalham com os aspectos processual e estrutural da Álgebra (Kieran, 1992), assim como os procedimentos e estratégias utilizadas por esses alunos na resolução de questões de Álgebra contidas no SARESP 2007.

Objetivo e Questões da Pesquisa

Este trabalho tem por objetivo identificar e analisar os procedimentos e estratégias utilizadas por alunos do ProJovem do município de Itaquaquecetuba na resolução de questões de Álgebra contidas no SARESP 2007.

Para isso, procuramos responder as seguintes questões:

- Como ocorrem os erros em Álgebra?
- Como são usados os aspectos processual e estrutural da Álgebra?

Será que os erros e dificuldades cometidos em Álgebra por alunos de programas diferenciados como o ProJovem são os mesmos cometidos por alunos do ensino regular?

No Capítulo 1, apresentamos uma breve caracterização do Programa Nacional de Inclusão de Jovens (ProJovem), tendo em vista que nossa investigação teve como sujeitos de pesquisa uma turma de alunos deste programa.

No Capítulo 2, apresentamos pesquisas em Educação Matemática pertinentes ao nosso estudo; o trabalho de Ribeiro (2001), que foi inspiração para o nosso; e a fundamentação teórica a ser usada para analisar o material que seria produzido pelos sujeitos de nossa pesquisa.

No Capítulo 3, apresentamos o desenvolvimento da pesquisa, justificamos a escolha da metodologia, e explicitamos os procedimentos metodológicos usados ao longo do trabalho.

No Capítulo 4, apresentamos as análises elaboradas a partir dos dados coletados. Por fim, apresentamos as conclusões e considerações que pudemos obter com o material produzido por esses alunos, levando em conta os trabalhos de pesquisa já existentes na área.

1- CONHECENDO O PROGRAMA NACIONAL DE INCLUSÃO DE JOVENS (PROJOVEM)

1.1- Introdução

Neste capítulo, apresentamos uma breve caracterização do Programa Nacional de Inclusão de Jovens (ProJovem), assim como o perfil e a diversidade destes alunos, para que seja possível compreender melhor as diretrizes, as finalidades, as estratégias e os procedimentos utilizados por esse programa no ensino da Matemática, especificamente da Álgebra.

1.2- Apresentação do ProJovem

Lançado pelo Presidente Luiz Inácio Lula da Silva, em fevereiro de 2005, por meio da Medida Provisória nº 238b, de 01/02/2005, transformada na Lei 11.129, de 30/06/2005 e regulamentada pelo Decreto nº 5.557, de 05/10/2005; o Programa Nacional de Inclusão de Jovens – ProJovem – foi a primeira ação da Secretaria Nacional de Juventude, e assumiu um caráter emergencial, pela situação de exclusão social de milhares de jovens brasileiros.

O ProJovem tem como finalidade proporcionar formação integral aos jovens, por meio de uma efetiva associação entre a elevação da escolaridade, tendo em vista a conclusão do ensino fundamental; a qualificação profissional e a formação para a cidadania com experiência de atuação social na comunidade (Manual do Educador: orientações gerais, 2007, p. 18).

Procurando devolver aos jovens de todo o país a oportunidade de retornar o seu itinerário formativo, de prosseguir nos estudos, desenvolver aptidões e exercer a cidadania, essa intervenção precisava ser rápida, ter um formato atraente para os jovens, e ser eficaz como concretização de um processo educativo comprometido com a transformação social (Relatório – ProJovem, Féres, 2007, p. 11).

O Programa buscou seus fundamentos principais unindo a educação formal com a qualificação profissional e a preparação para os desafios no mundo do trabalho, com as ações de interesse público e os compromissos da cidadania de âmbito nacional e de públicos tão diversificados.

O Programa Nacional de Inclusão de Jovens (ProJovem) é voltado, especialmente, para o segmento juvenil mais vulnerável e menos contemplado por políticas públicas vigentes: jovens de 18 a 29 anos, que não concluíram o ensino fundamental, e não têm vínculos formais de trabalho. A formação integral é feita em um curso de 1600 horas, desenvolvidas em 18 meses consecutivos. Aos alunos devidamente matriculados é concedido um auxílio financeiro mensal de R$100,00 (cem reais).

Com relação ao ensino de Matemática, o Programa, por meio da resolução de problemas, visa contribuir para a construção de conceitos, levando o jovem a estabelecer relações e a fazer conexões necessárias para o ensino e a aprendizagem. Habilidades de investigar, lidar com situações novas, argumentar, fazer inferências, validar situações diversas, compreender e ampliar a linguagem matemática também são desenvolvidas por meio da resolução de problemas.

1.3 – Projeto Pedagógico Integrado

O Projeto Político Pedagógico Integrado do ProJovem (PPI) foi elaborado no início do ano de 2005, a partir de um conjunto de oficinas de trabalho com a participação de pedagogos e especialistas em Educação. O PPI define os princípios político-pedagógicos e a forma de implantação do Programa. Suas diretrizes curriculares e metodológicas visam a orientar a elaboração dos materiais didáticos e dos complementares, a organização do trabalho pedagógico e a avaliação dos processos de ensino e de aprendizagem.

O princípio fundamental do projeto pedagógico é a integração das ações de educação básica, de qualificação profissional e de ação comunitária, com o objetivo de desenvolver saberes, conhecimentos, competências, valores e práticas de solidariedade.

O curso é organizado em Unidades Formativas, assim, os diferentes componentes curriculares se integram em eixos estruturantes que estabelecem, entre si, a progressão da aprendizagem.

A qualificação, por sua vez, deve desenvolver-se segundo os parâmetros e necessidades do mercado de trabalho local e regional, de forma a possibilitar a inserção produtiva dos jovens. A ação comunitária, baseada no diagnóstico das necessidades locais que foi elaborado com a participação dos alunos, busca inserir o jovem na realidade social, e promover o seu engajamento cidadão, ao mesmo tempo em que forma valores e desenvolve conceitos éticos e de solidariedade.

A proposta curricular do ProJovem tem, portanto, abordagem interdisciplinar, articulando conhecimentos de várias áreas com a experiência de vida dos jovens, de forma a motivar os mesmos a construir novos saberes, habilidades e competências. Os conteúdos do currículo são, também, ferramentas de inclusão social.

Algumas ações curriculares, como as relativas às áreas de Linguagens (Língua Portuguesa, Língua Estrangeira e Artes), Matemática e Informática, estão presentes em todas as Unidades Formativas.

O professor de Matemática, assim como os de outras áreas, trabalha como especialista da sua área e como orientador de umas das suas turmas. Como especialista, leciona duas horas de aulas semanais para cada turma, isto é, os alunos têm duas horas de Matemática por semana. Como orientador, reporta-se ao jovem, sem distinguir áreas de conteúdo, participando de todas as atividades dos jovens e promovendo o trabalho interdisciplinar e a integração de todas as ações curriculares. Veja na Figura 1 um exemplo de horário semanal de uma das turmas do programa.

Figura 1 - Exemplo de horário semanal de turma

TURMA 2 – PO – Especialista de Matemática					
	2ª feira	3ª feira	4ª feira	5ª feira	6ª feira
1ª hora	Mat - PE	C. Hum. - PE	C. da Nat. - PE	Inglês - PE	Qual. Prof. - EQP
2ª hora	Mat - PE	C. Hum. - PE	C. da Nat. - PE	Inglês - PE	Qual. Prof. - EQP
3ª hora	Ação Com. - EAC	Port. - PE	T. Interdi. - PO	Info - PO	Qual. Prof. - EQP
4ª hora		Port. - PE	T. Interdi. - PO	Info - PO	Qual. Prof. - EQP
5ª hora	T. Interdi. - PO	T. Interdi. - PO	T. Interdi. - PO	Qual. Prof. - PO	Qual. Prof. - PO

PE – Professor Especialista
PO – Professor Orientador
EAC – Especialista em Ação Comunitária
EQP – Especialista em Qualificação Profissional

Fonte: (Manual do Educador: orientações gerais, 2007, p. 58).

O objetivo principal da Matemática no Programa é ajudar o aluno a resolver situações diversas do dia-a-dia, que exijam raciocínio matemático, e a ampliar seus conhecimentos matemáticos. Não se configura como um bloco isolado, é interligado às outras áreas do conhecimento.

Entre os conteúdos básicos desenvolvidos ao longo do curso, destacam-se: sistemas de numeração; as quatro operações; estimativa; números decimais; frações; proporcionalidade; números negativos; noções de espaço e movimento; formas geométricas espaciais e planas; medidas de comprimento, de área e de volume; teorema de Pitágoras; noções de lógica; generalizações matemáticas; equações; expressões algébricas; sistemas de equações; probabilidades; noções de funções, tabelas e gráficos; comunicação estatística e coordenadas cartesianas.

1.4 - O Material Didático

A concepção e a produção dos materiais didáticos para cada Unidade Formativa ocorreram ao longo da realização do Programa, por uma equipe de profissionais de diversas áreas do conhecimento. As Unidades Formativas articulam-se em torno de um eixo estruturante, de instrumentais conceituais e de ações curriculares.

Esse material é entregue gratuitamente a todos os jovens matriculados no Programa, bem como aos educadores e aos coordenadores locais dos municípios e do Distrito Federal.

Além das orientações gerais, esses livros contêm as recomendações específicas dos conteúdos das disciplinas (sugestões de como iniciar determinado assunto, procedimentos e estratégias de aula), as respostas às questões apresentadas aos alunos e recomendações para o desenvolvimento das atividades em sala de aula. Fiel aos princípios norteadores do Programa, esse material dá ao professor espaço de criatividade e de liberdade de ação. O material de Matemática foi elaborado pelos professores doutores Maria Auxiliadora Vilela Paiva e Rony Cláudio de Oliveira Freitas.

Na Unidade Formativa I (Juventude e Cultura) são trabalhados os conteúdos como geometria; sistemas de numeração; cálculo mental; estimativas; resolução de problemas de adição e subtração; medidas não padronizadas e tabelas. Na Unidade Formativa II (Juventude e Cidade) são trabalhados resolução de problemas de multiplicação e divisão; geometria espacial e plana; e gráficos. Na Unidade Formativa III (Juventude e Trabalho) são trabalhados gráficos; conjunto dos números inteiros, fração, proporção, decimais; área e porcentagens. Na Unidade Formativa IV (Juventude e Comunicação) são trabalhados coordenadas cartesianas; lógica; volume; linguagem matemática; letra como variável, generalização; estatística e teorema de Pitágoras, ou seja, a Álgebra começa a ser trabalhada à partir da Unidade Formativa II e, nitidamente, na Unidade Formativa IV.

1.4.1 – A Álgebra no material do ProJovem

O material de cada uma das unidades formativas de Matemática se inicia, na maioria das vezes, com uma situação-problema instigadora para que o aluno já comece a pensar sobre os assuntos que serão tratados. Com isso, ele terá a oportunidade de mostrar o que já sabe e, também, de aprender a lidar com situações novas.

Na Unidade Formativa I trabalha-se geometria, sistemas de numeração, cálculo mental, estimativas, resolução de problemas de adição e subtração, medidas não padronizadas e tabelas; os problemas são resolvidos por meio de operações aritméticas, cálculos mentais, estimativas e calculadora.

Na Unidade Formativa II, são trabalhados a resolução de problemas de multiplicação e divisão, geometria espacial e plana e gráficos, utilizando diversos recursos com vários enfoques, como sólidos geométricos para trabalhar com geometria e papel quadriculado para trabalhar com gráficos.

Na Unidade Formativa III, são retomados os gráficos, já trabalhados na Unidade Formativa II, agora com base nas necessidades colocadas pelo mercado de trabalho, ampliando, assim, as possibilidades já consideradas de nos situarmos e entendermos o meio em que vivemos.

A partir das atividades com gráficos, são introduzidos os números negativos e operações, enfocando sua utilidade. Também são abordadas as frações em seus diversos aspectos, com o consequente estudo dos números decimais, da proporcionalidade, das porcentagens e escalas, fazendo uma abordagem sobre grandezas e medidas, com especial atenção ao cálculo da área de superfícies retangulares.

Na Unidade Formativa IV, trata-se da utilização de coordenadas como ferramentas de localização e construção de gráficos, faz-se uma introdução ao estudo da argumentação e da lógica como forma de melhorar as estratégias de comunicação e o estudo da utilização das letras na Matemática, dando continuidade à construção do raciocínio algébrico, avançando-se no estudo das grandezas e medidas, enfocando o cálculo de volumes, especialmente de sólidos retangulares. Os dados estatísticos também farão parte desta unidade, bem como uma introdução ao Teorema de Pitágoras.

No momento da aplicação desta pesquisa, os alunos do ProJovem (sujeitos de nossa pesquisa) estavam realizando os estudos na Unidade Formativa II. Os conteúdos matemáticos dessa Unidade são tratados enfocando, sempre que possível, o tema Juventude e Cidade nas diversas atividades propostas. Neste caso, os alunos percebem como os números aparecem na cidade em diversas situações, além de serem visualizadas algumas formas geométricas encontradas no nosso dia-a-dia e os trajetos que percorremos. As operações aritméticas são tratadas por algoritmos, mas também com a utilização de cálculos mentais, estimativas e calculadora. Inicia-se o estudo de gráficos, tendo como ênfase, neste momento, a leitura e a interpretação de suas informações.

Nesta unidade formativa, a Álgebra é tratada substituindo-se letras (variáveis) para representar algo desconhecido somente nos conteúdos que envolvem resolução de problemas de multiplicação e de divisão. Os alunos são incentivados a resolver problemas utilizando suas próprias estratégias e socializando-as com seus colegas e professores, sendo um diferencial nos processos de ensino e de aprendizagem dos conteúdos matemáticos propostos. Nessas estratégias, podem fazer uso de desenhos, esquemas, material concreto, calculadora ou outros.

Como comentamos anteriormente, é na Unidade Formativa II que a Álgebra começa a ser trabalhada, como por exemplo, a Figura 2, que apresenta a atividade 14 da página 181, na Unidade Formativa II.

Figura 2 – Atividade 14 – Unidade Formativa II, p. 181

Atividade 14 Observe a figura abaixo, onde está indicada uma divisão inteira, com quociente 4 e resto 14. **x y** **14 4** Quais os menores valores possíveis para x e y?

Mas é na Unidade Formativa IV que os alunos entrarão em contato com os símbolos da Álgebra. Com o intuito de que os alunos se apropriem desta linguagem, é nas atividades desta Unidade Formativa que terão a oportunidade de refletir sobre ela e utilizá-la, bem como o raciocínio lógico, e, especialmente a linguagem e as funções da Álgebra.

Na Figura 3, apresentamos um exemplo de atividade relacionada à Álgebra, e presente no material da Unidade Formativa IV (atividade 13 da página 196).

Figura 3 – Atividade 13 – Unidade Formativa IV, p. 196.

Atividade 13 Se n representa um número inteiro qualquer, represente: **A)** O triplo desse número. **B)** A terça parte desse número. **C)** 60% desse número. **D)** A diferença entre esse número e 7. **E)** O sucessor desse número. **F)** A metade do sucessor desse número. **G)** O dobro da soma desse número com 8. **H)** O quadrado desse número mais 1.

Neste primeiro capítulo, apresentamos uma breve caracterização do Programa Nacional de Inclusão de Jovens (ProJovem), tendo em vista que nossa investigação teve como sujeitos de pesquisa uma turma de alunos deste programa.

No Programa, os alunos são incentivados a resolver problemas utilizando suas próprias estratégias e socializando-as com seus colegas e professores. Nessas estratégias podem fazer uso de desenhos, esquemas, material concreto, calculadora ou outros.

Em nosso ponto de vista, essa metodologia vem sendo um diferencial nos processos de ensino e de aprendizagem dos conteúdos matemáticos propostos. Na aplicação desta pesquisa, trabalhamos da mesma forma, ainda mais porque os alunos deste Programa já estão incentivados e acostumados à resolução de problemas utilizando-se de várias estratégias e socializando-as com os demais colegas, inclusive com o professor, somente acrescentamos para que justificasse de alguma maneira a estratégia utilizada.

2 – O QUE REVELAM ALGUMAS INVESTIGAÇÕES SOBRE AS DIFICULDADES APRESENTADAS PELOS ALUNOS NA RESOLUÇÃO DE EXERCÍCIOS DE ÁLGEBRA

2.1 – Introdução

Neste capítulo, apresentamos a fundamentação teórica, fazemos um levantamento de resultados de algumas investigações sobre dificuldades que alunos de diversos níveis apresentam na resolução de exercícios de Álgebra, e apresentamos as pesquisas de Kieran (1992) e Ribeiro (2001), nas quais encontramos o suporte necessário para compreender e analisar o material que seria produzido pelos alunos sujeitos de nossa pesquisa.

2.2 – Algumas Pesquisas relacionadas a conteúdos de Álgebra

Dado que o ProJovem não é seriado, entendemos que seria importante buscarmos trabalhos relacionados às dificuldades de aprendizagem por alunos de diversas idades, de forma a termos uma visão geral dessas dificuldades, e de quais poderiam se manifestar nos sujeitos de nossa pesquisa.

Vários estudos apresentam reflexões e referências sobre as dificuldades de compreensão da Álgebra enfrentadas por diversos alunos. Existem trabalhos que discutem dificuldades de aprendizagem em Álgebra, e outros que apresentam possíveis melhorias para o ensino da Álgebra. Dentre eles, destacamos Scarlassari (2007); Pesquita (2007); Gil (2008); Ribeiro (2001) e Kieran (1992).

Scarlassari (2007) pesquisou sobre as dificuldades dos alunos da 6ª série do ensino fundamental em aprender álgebra, trabalhando com duas turmas; uma que teve aulas tradicionais com manipulação simbólica dos elementos algébricos, e outra turma, em que foram explorados os vínculos conceituais da álgebra elementar que, segundo Renshaw (1999, apud Scalassari, 2007) são conexões entre os conceitos científicos e os conceitos cotidianos do estudante. Scalassari (2007) detectou que o segundo grupo apresentou menos dificuldades na resolução de uma lista de exercícios que era comuns a ambas as turmas, o que permitiu constatar uma maior significação à álgebra quando são trabalhados seus vínculos conceituais. A pesquisadora verificou que um dos erros que se repete, sendo cometido pelos alunos, é a tradução de *"A metade de um número é igual a este número menos quatro unidades"* por $2/x = x - 4$ ou $2\mathrm{x} = x - 4$, por exemplo. Quando questionados sobre suas respostas, os alunos as julgavam corretas, pois afirmavam que *"metade vem escrito primeiro"* e é a expressão que está relacionada com o número 2. Para a autora, os erros significam dificuldades quando, ao tentar corrigi-los, cometem-se os mesmos erros ou semelhantes.

Gil (2008), pretendendo compreender as dificuldades encontradas no estudo dos conceitos e procedimentos algébricos, realizou um estudo com 32 alunos de 7ª série do Ensino Fundamental de uma escola da rede privada, constatando que os principais fatores de dificuldades foram a interpretação de problemas algébricos que exigem uma tradução da linguagem corrente para a linguagem simbólica e a relação entre a Álgebra e a Aritmética.

Verificando as dificuldades de interpretação de textos matemáticos relatados nas pesquisas, indagamos a que se deve essa dificuldade nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática, e consideramos que esse aspecto é peculiar no processo de leitura, sistematização e organização desses conhecimentos.

Pesquita (2007), querendo conhecer melhor a natureza das dificuldades na simplificação de expressões algébricas e na resolução de equações, realizou um estudo com alunos da 8ª série do Ensino Fundamental. Inicialmente, fez uma entrevista com a intenção de compreender o que os alunos pensam sobre a Matemática, e, posteriormente, elaborou e aplicou testes escritos, que permitiram a coleta de informações referentes aos erros por eles cometidos. Concluiu que os alunos relacionam a Matemática ao cálculo, devido ao trabalho com letras; verificou uma relativa facilidade na percepção do aspecto processual da Álgebra e dificuldades na percepção do aspecto estrutural da Álgebra (Kieran, 1992).

A grade curricular do ProJovem não é de forma seriada, e o perfil destes alunos é diferenciado dos demais. Mesmo assim, verificamos se as dificuldades apresentadas pelos pesquisadores citados anteriormente manifestam-se também nos alunos sujeitos de nossa pesquisa.

Já a investigação realizada por Ribeiro (2001) teve como objetivo

> “estudar o desempenho de alunos do Ensino Fundamental em Álgebra, levantando, identificando e analisando os procedimentos e estratégias que os mesmos utilizam para resolver questões de Álgebra Elementar” (Ribeiro, 2001, p.38).

Utilizando-se das questões do SARESP 1997 – Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo, Ribeiro (2001) aplicou, numa primeira etapa de sua pesquisa, as questões de Álgebra deste exame a uma amostra de 20 alunos da 8ª série do Ensino Fundamental da Rede Pública Estadual de São Paulo. Em um segundo momento, os alunos puderam trabalhar em grupos, contando com a participação do pesquisador na resolução de questões semelhantes às da etapa anterior.

Na primeira parte da pesquisa, o autor aplicou as questões de Álgebra do SARESP de 1997 em forma de teste e individualmente, solicitando que os alunos justificassem suas respostas para que pudesse analisar os procedimentos utilizados. Analisando as resoluções desta primeira etapa, constatou-se que algumas questões apresentaram ou índices muito baixos ou índices muito elevados de aproveitamento, talvez pelo fato das alternativas terem influenciado os alunos.

Por isso, em um segundo momento, o autor modificou e reaplicou, aos mesmos alunos, as questões que apresentaram esses índices, sem alternativas, para que não influenciassem nas respostas dos alunos, podendo esclarecer, assim, dúvidas que ficaram anteriormente. Neste segundo momento, os alunos reuniram-se em duplas ou em trios para a discussão e resolução das questões, e houve também uma maior colaboração do pesquisador, auxiliando em dúvidas que surgiam nos grupos.

Em sua pesquisa, Ribeiro (2001) levanta a importância de trabalhar a Álgebra sobre os aspectos processual e estrutural de Kieran (1992), e também de identificar e discutir com os alunos os erros que cometem trabalhando com a Álgebra, oferecendo condições de intervir no desempenho deles. Referente à classificação de erros que ocorrem no trabalho com a Álgebra, o pesquisador utilizou como apoio os estudos de Cortés & Kavafian (1999, apud Ribeiro, 2001).

Ribeiro (2001) concluiu que os alunos utilizam-se tanto do aspecto processual como do estrutural em suas estratégias de resolução de questões de Álgebra.

Aqueles que possuem uma familiarização com as estruturas algébricas utilizam-se do aspecto estrutural. Contudo, esses mesmos alunos poderiam ter utilizado o aspecto processual, tornando, em algumas situações, a resolução mais rápida e econômica. No entanto não o fazem por já estarem acostumados a resolver pelo aspecto estrutural, talvez pelo fato da própria escola incentivar e propiciar aos alunos somente resolução pelo aspecto estrutural da Álgebra.

Ribeiro (2001) destaca que devemos identificar os erros cometidos pelos alunos e saber como esses erros podem nos fornecer condições de intervir para a melhora no desempenho deles e, também, sobre a importância do tipo de atividades que apresentamos aos alunos.

O trabalho de Ribeiro (2001) nos fez questionar se alunos com o perfil diferenciado como os do ProJovem, ao trabalharem com questões de Álgebra, têm dificuldades similares àquelas apresentadas pelo pesquisador, ou se os erros e o desempenho dos alunos deste programa são os mesmos dos alunos do ensino regular.

Dessa forma, assim como Ribeiro (2001) analisou as estratégias utilizadas pelos alunos da 8ª série da Rede Pública do Estado de São Paulo, na resolução de questões de Álgebra apresentadas no SARESP/1997, levando em conta os aspectos processual e estrutural da Álgebra (Kieran, 1992) para classificar como as questões poderiam ser resolvidas, nós também decidimos utilizar esta fundamentação teórica para classificar as questões aplicadas aos alunos do ProJovem, para que possamos analisar e identificar os procedimentos e/ou as estratégias utilizadas por eles na resolução de questões de Álgebra do SARESP de 2007.

Utilizamos os aspectos processual e estrutural da Álgebra segundo Kieran (1992) para realizar as análises das estratégias utilizadas pelos alunos, sujeitos da nossa pesquisa, assim como utilizamos os procedimentos metodológicos realizados por Ribeiro (2001) na segunda etapa de sua pesquisa, pelo fato do autor ter observado que os resultados foram mais satisfatórios nesta etapa do que na primeira.

2.3 - Fundamentação Teórica

Apresentamos o que se entende por aspecto estrutural e processual da Álgebra, segundo Kieran (1992, apud Ribeiro, 2001).

Kieran (1992 apud Ribeiro, 2001) distingue duas perspectivas da Álgebra: a processual e a estrutural. Para ela, na Álgebra processual, não se lida com a transformação de expressões algébricas, mas sim com a substituição de variáveis por números, realizando, depois, as correspondentes operações aritméticas. Por exemplo, se considerarmos a expressão $3\mathrm{x}+y$ e substituirmos x e y por 4 e 5, respectivamente, obtemos $3.4+5$, que resulta em $12+5$ e o resultado final é 17. Outro exemplo consiste na resolução da equação $2\mathrm{x}+5=11$, com substituição de x por diferentes valores, até que se encontre o correto. Nestes exemplos, as operações realizadas são numéricas.

Para a autora, a Álgebra estrutural diz respeito a um conjunto diferente de operações, que são realizadas com as expressões algébricas. Por exemplo, a expressão $3\mathrm{x}+y+8\mathrm{x}$ pode ser simplificada, dando origem à expressão $11\mathrm{x}+y$. A resolução da equação $5\mathrm{x}+5=2\mathrm{x}-4$ pode ser iniciada com a subtração de $2\mathrm{x}$ em ambos os membros, obtendo-se a equação equivalente $3\mathrm{x}+5=-4$, e assim sucessivamente, até a determinação do valor de x. Nestes exemplos, os objetos operados são as próprias expressões algébricas.

Para Kieran (1992, apud Ribeiro, 2001),

> [...] o desenvolvimento da álgebra é feito como um ciclo processual-estrutural, quando nos referimos à álgebra que deve ser ensinada na escola, podemos interpretá-la como sendo uma série de ajustes processual-estrutural que os alunos devem fazer para entender o aspecto estrutural da álgebra. (Ribeiro, 2001, p.42).

Em nossa pesquisa, quando nos referimos ao aspecto processual da Álgebra, consideramos as operações aritméticas realizadas com números, produzindo como resultado também números. Como por exemplo: se $x.(x+3)=10$, podemos resolver esta questão substituindo x por vários valores até que o resultado correto seja encontrado. Sendo assim, não se trabalhou com as estruturas algébricas, portanto, são exemplos de resolução pelo aspecto processual da Álgebra.

Quando nos referimos ao aspecto estrutural da Álgebra, estamos considerando um conjunto de diferentes operações sobre as expressões algébricas propriamente ditas. Por exemplo: se tomarmos a expressão $\frac{(x^2-9)}{(x-3)}$, veremos que ela pode ser simplificada para $x+3$, quando $x \neq 3$.

Neste caso, trabalha-se com expressões algébricas, e não simplesmente numéricas, com o resultado sendo ainda expressões algébricas. Portanto, no aspecto estrutural, as operações efetuadas sobre esses objetos são as de simplificar, fatorar, racionalizar, entre outras (Ribeiro, 2001, p.42).

O aspecto estrutural da Álgebra envolve a tradução de situações-problema em equações algébricas, o uso do sinal de igualdade; e, passando de uma perspectiva aritmética para uma algébrica, nos movimentamos de uma concepção processual para uma estrutural (Ribeiro 2001, p. 43).

Utilizamos como pontos de vista de análise em nossos resultados se o aluno: utiliza-se do aspecto processual na resolução das questões e se utiliza o aspecto estrutural na resolução das questões.

Segundo Kieran (1992 apud Ribeiro, 2001), para constatarmos se os erros cometidos pelos alunos influenciam no desenvolvimento dos aspectos processual e estrutural da Álgebra, precisamos realizar o levantamento das estratégias que os alunos utilizam, verificando se eles não estão usando procedimentos mecanizados nas resoluções de questões de Álgebra.

Levando em consideração a mecanização da Álgebra que foi ressaltada por Kieran (1985 apud Ribeiro, 2001), erros tão frequentemente presentes e a diversidade e a vulnerabilidade dos alunos do ProJovem, pretendemos estudar quais estratégias, procedimentos e/ou métodos esses alunos utilizam para a resolução de questões de Álgebra como as que aparecem no SARESP 2007. Dessa forma, utilizamos tal teoria para análise das resoluções dos alunos sujeitos de nossa pesquisa, verificando se os mesmos se utilizam do aspecto processual, do aspecto estrutural ou até mesmo dos dois aspectos da Álgebra para a resolução dos problemas propostos.

No próximo capítulo, apresentamos o desenvolvimento da pesquisa, justificamos a escolha da metodologia, explicitamos os procedimentos metodológicos usados ao longo do trabalho, e realizamos um levantamento de possíveis estratégias que poderão ser utilizadas pelos alunos na resolução das questões do Saresp 2007, utilizadas como coleta de dados nesta pesquisa.

3- Procedimentos metodológicos da pesquisa

3.1- Introdução

Neste capítulo, apresentamos o desenvolvimento da pesquisa, justificamos a escolha da metodologia, explicitamos os procedimentos metodológicos usados ao longo do trabalho, e realizamos um levantamento de possíveis estratégias que poderão ser utilizadas pelos alunos na resolução das questões do SARESP 2007, utilizadas como coleta de dados nesta pesquisa.

3.2 - Procedimentos Metodológicos

Este trabalho tem por objetivo identificar e analisar os procedimentos e as estratégias utilizadas por alunos do ProJovem do município de Itaquaquecetuba na resolução de questões de Álgebra, tendo como referencial teórico os aspectos estrutural e processual da Álgebra (Kieran, 1992, apud Ribeiro, 2001).

Considerando que a formação do ProJovem é de nível fundamental, selecionamos oito questões de Álgebra do SARESP 2007, referente à 6ª e à 8ª séries, e as aplicamos a 20 alunos de uma turma do ProJovem de Itaquaquecetuba para analisarmos como eles se desempenhariam, e quais procedimentos e estratégias utilizariam para a resolução dessas questões de Álgebra. Segundo Gil (2008), por meio desta análise é possível realizar reflexões acerca das dificuldades que alunos apresentam em Álgebra, e discutirmos sobre as dificuldades dos alunos na compreensão desta área da Matemática.

Seguimos os procedimentos metodológicos de Ribeiro (2001), fazendo algumas modificações, a partir do relato da experiência do próprio autor. Considerando que a pesquisa de Ribeiro (2001) revelou mais sobre o entendimento dos alunos a respeito das questões de Álgebra quando elas foram discutidas sem que se apresentassem as alternativas, trabalhamos somente dessa forma, e não fizemos as duas fases descritas em Ribeiro (2001). Solicitamos que os alunos justificassem de alguma forma as respostas dadas por eles para as questões propostas, pois faríamos uma análise dos procedimentos e das estratégias de resolução utilizadas por eles.

Solicitamos à Equipe Gestora, aos professores e aos alunos do Programa autorização de aplicação dos instrumentos dessa pesquisa. O Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) assinado pelos alunos encontra-se no Apêndice B. Utilizamos duas sessões consecutivas de 60 minutos cada para a aplicação, pois entendemos que uma sessão não seria suficiente para que os alunos respondessem as oito questões. A aplicação aconteceu em uma das dependências do núcleo, durante a aula de Matemática, na qual o pesquisador e o professor da turma permaneceram e auxiliaram os alunos no esclarecimento de dúvidas que pudessem surgir, enquanto estes resolviam as questões em duplas para troca de informações. Nestas sessões, o pesquisador informou aos alunos a importância da explanação do processo utilizado na resolução das questões relacionadas à Álgebra (O que pensaram em relação à determinada questão? Como interpretaram? Quais os passos utilizados?, entre outras), e que este também seria o meio para encontrarmos as respostas para orientar a nossa pesquisa.

As oito questões de Álgebra, relativas à 6ª e 8ª séries do ensino fundamental selecionadas do SARESP 2007, foram aplicadas a 20 alunos de uma turma de um núcleo do ProJovem do município de Itaquaquecetuba, reunidos em duplas para que eles pudessem se ajudar mutuamente e discutir a resolução das questões propostas. Por meio da orientação e da reflexão em relação a cada questão, com a mediação do pesquisador, os alunos tiveram a oportunidade de discutir e esclarecer suas dúvidas sobre os procedimentos e estratégias que utilizariam na resolução das questões.

Escolhemos as questões de Álgebra do SARESP 2007 levando em consideração que já haviam se passado 10 anos das questões utilizadas por Ribeiro (2001).

As questões são apresentadas a seguir, juntamente com o objetivo da questão, o conteúdo envolvido nela e possíveis estratégias de resolução utilizando os aspectos processual e estrutural da Álgebra.

3.3 - Questões extraídas do SARESP 2007 e possíveis estratégias de resolução

Para todas as questões, temos como objetivo geral verificar se esses alunos utilizam os aspectos processual e/ou estrutural da Álgebra para solucionar a questão.

A escolha das questões e seus respectivos objetivos específicos foi feita para verificarmos se, em algum momento na sua escolaridade, os alunos do ProJovem estudaram estes conteúdos.

Procuramos para cada questão, desenvolver pelo menos uma estratégia de resolução pelo aspecto processual e uma pelo aspecto estrutural da Álgebra, mas encontramos dificuldades por determinadas questões serem fortemente vinculadas ao aspecto processual ou ao aspecto estrutural da Álgebra.

Questão 1

Qual é a simplificação da expressão $\frac{(x^2+3x)}{(x^2-9)}$, com $x \neq \pm 3$.

Objetivo Específico: - Verificar se o aluno tem disponível o conceito de fatoração e simplificação, que, segundo Pesquita (2007), são de grande dificuldade.

Conteúdo: Fatoração de expressão do 2º Grau.

Possíveis estratégias de Resolução:

- **Estratégia 1:** Utilizando o aspecto estrutural da Álgebra para resolver a equação, operando com as estruturas algébricas da seguinte forma:

$\frac{x \cdot (x+3)}{[(x-3).(x+3)]} = \frac{x}{(x-3)} \cdot \frac{(x+3)}{(x+3)}$, simplificando $\frac{(x+3)}{(x+3)}$, obtemos $\frac{x}{(x-3)}$. 1 = $\frac{x}{(x-3)}$, no qual $x \neq 3$. Ou seja, fatorando numerador e denominador, temos o produto de duas frações, no qual a razão de uma delas é 1, resultando, com esse produto, na fração $\frac{x}{(x-3)}$, com $x \neq 3$.

Questão 2

Considere as expressões:

$A = 2a + 4ba$

$B = 2a$

Qual o resultado da divisão de A por B? Sendo $B \neq 0$, ou seja, $a \neq 0$.

Objetivo Específico: Verificar se o aluno sabe resolver questões que envolvem divisão de expressões algébricas. Em sua pesquisa realizada com alunos da 8ª série do Ensino Fundamental, Pesquita (2007) encontrou que alunos têm dificuldade com a simplificação de expressões algébricas.

Conteúdo: Divisão de expressões algébricas.

Possíveis estratégias de resolução:

- **Estratégia 1:** Utilizando aspecto estrutural da Álgebra para resolver a divisão de expressões algébricas, operando com as estruturas algébricas da seguinte forma: $\frac{(2a+4ba)}{2a}$ colocando 2a em evidência temos: $\frac{[2a \cdot (1+2b)]}{2a}$, dividindo 2a por 2a, obtemos $1.(1+2b)$ = $1+2b$.

Questão 3

Quais são as raízes da equação $x^2 + 10x + 16 = 0$?

Objetivo Específico: Verificar se o aluno sabe resolver equações quadráticas, e quantas raízes ele encontrará, considerando que Gil (2008) constatou que os principais fatores de dificuldades foram a interpretação de problemas algébricos.

Conteúdo: Equação de 2º grau.

Possíveis estratégias de Resolução:

- **Estratégia 1:** Utilizando o aspecto processual da Álgebra, partindo do princípio de que a soma das raízes de uma equação do 2º grau é $-\frac{b}{a}$ e que o produto dessas raízes é $\frac{c}{a}$, temos que $x'+x''=-10$ e $x'.x''=16$, então buscam-se os valores cuja soma resulta em -10 e o produto resulta em 16, esses valores são -2 e – 8, onde $-2-8=-10$ e $(-2).(-8)=16$, ou seja:

$x^2+10x+16=0$ e $x^2+10x+16=0$

$(-2)^2+10.(-2)+16=0$ $\quad$ $(-8)^2+10.(-8)+16=0$

$4-20+16=0$ $\quad$ $64-80+16=0$

Portanto, podemos afirmar que as raízes da equação $x^2+10x+16=0$ são -8 e -2.

- **Estratégia 2:** Utilizando o aspecto estrutural da Álgebra para resolver a equação, operando com as estruturas algébricas e fórmulas da seguinte forma: $x^2+10x+16=0$

$$x=\frac{(-10\pm\sqrt{(10^2-4.1.16)})}{2.1}$$

$$x=\frac{(-10\pm\sqrt{(100-64)})}{2}$$

$$x'=\frac{(-10+6)}{2} \quad \rightarrow x'=-2 \qquad x''=\frac{(-10-6)}{2} \quad \rightarrow x''=-8$$

Logo, as raízes da equação $x^2+10x+16=0$ são – 8 e – 2.

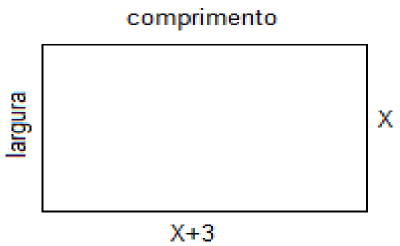
Levando em consideração que, na utilização da fórmula de Bháskara, apenas se substitui os valores (números) dos coeficientes a, b e c na fórmula, e que o resultado para as raízes x' e x'' também são números, poderíamos considerar esta resolução como aspecto processual da Álgebra, mas segundo (Kieran, 1992, apud Ribeiro, 2001) quando se utiliza uma fórmula, consideramos como aspecto estrutural da Álgebra.

- **Estratégia 3:** Utilizando o aspecto estrutural da Álgebra para resolver a equação, operando com as estruturas algébricas da seguinte forma:

$x^2+10x+16=0$, separando $10x$ como a soma de dois termos, temos $x^2+2x+8x+16=0$. Fatorando, temos que o fator $(x+2)$ é comum aos termos x^2+2x e $8x+16$, ou seja, $x.(x+2)+8.(x+2)=0$. Colocando $(x+2)$, que é fator comum, em evidência, obtemos $(x+2).(x+8)=0$, partindo do princípio algébrico que afirma que se $a \cdot b=0$, então $a=0$ ou $b=0$, neste caso os fatores são $(x+2)$ e $(x+8)$, logo as raízes da equação $x^2+10x+16=0$ são – 8 e – 2.

Questão 4

A área de um tapete retangular cujo comprimento tem 3 m a mais que a largura é $10m^2$. Qual sua largura, em metros?



Objetivo Específico: Verificar se o aluno sabe interpretar um problema, traduzindo e resolvendo por meio da Álgebra; já que a questão favorece a resolução pelo aspecto processual da Álgebra, assim como Gil (2008) constatou que os principais fatores de dificuldades são a interpretação de problemas algébricos que exigem uma tradução da linguagem corrente para a linguagem simbólica.

Conteúdo: Expressões algébricas e área de retângulo.

Possíveis estratégias de Resolução:

- **Estratégia 1:** Utilizando o aspecto processual da Álgebra, o aluno pode testar números que satisfaçam as condições fornecidas no enunciado da questão, ou seja, sendo a área de um retângulo dada pelo produto das medidas dos seus lados, quais valores multiplicados resultam em 10, de forma que uma medida seja 3 unidades a mais que a outra, temos: $2.(2+3)=10$

Logo, a largura do tapete é 2 metros.

- **Estratégia 2:** Utilizando o aspecto estrutural da Álgebra, operando com as estruturas algébricas da seguinte forma: Sendo a área de um retângulo dada pelo produto das medidas dos lados x e x + 3, temos $x.(x+3)=10$. Aplicando a distributiva, temos, $x^2+3x-10=0$. Resolvendo a equação do 2º grau, temos: $x'=2$ ou $x''=-5$; como para a largura de um retângulo não pode ser um número negativo, logo, a largura do tapete é de 2 metros.

- **Estratégia 3:** Utilizando o aspecto estrutural da Álgebra para resolver a equação, operando com as estruturas algébricas da seguinte forma: $x^2+3x-10=0$, separando $3x$ como a soma de dois termos temos, $x^2+5x-2x-10=0$. Fatorando, temos que o fator $(x+5)$ é comum aos termos x^2+5x e $-2x-10$, ou seja, $x.(x+5)-2.(x+5)=0$. Colocando $(x+5)$, que é fator comum, em evidência, obtemos $(x+5).(x-2)=0$, partindo do princípio algébrico que afirma que se $a \cdot b=0$, então $a=0$ ou $b=0$, neste caso os fatores são $(x+5)$ e $(x-2)$, as raízes da equação $x^2+3x-10=0$ são – 5 e 2. Como a largura do tapete não pode ser um número negativo, assim, ela é 2 metros.

Questão 5

A tabela abaixo mostra o número de horas que Lúcia assiste à televisão em relação ao número de dias:

Número de horas (h)	3	6	15	18
Número de dias (d)	1,0	2,0	5,0	6,0

Indica-se por **h**, o número de horas, e por **d,** o número de dias. Qual a sentença algébrica que relaciona, de forma correta, as duas grandezas?

Objetivo Específico: Verificar se o aluno é capaz de traduzir uma situação em uma sentença algébrica, partindo de dados fornecidos e realizando generalizações. Esta questão engloba as dificuldades de interpretação na tradução da linguagem corrente para a linguagem simbólica verificadas por Scarlassari (2007) e Gil (2008).

Conteúdo: Problema de contextualização, interpretação e tradução em sentença algébrica.

Possíveis estratégias de Resolução:

- **Estratégia 1:** Utilizando o aspecto processual da Álgebra, o aluno pode verificar se as razões são proporcionais, temos:

$\frac{3}{1}=3$, $\frac{6}{2}=3$, $\frac{15}{5}=3$ e $\frac{18}{6}=3$, logo generalizando, temos $\frac{h}{d}=3$.

- **Estratégia 2:** Utilizando o aspecto processual da Álgebra, o aluno pode verificar semelhanças nos números que satisfazem as condições fornecidas no enunciado da questão, ou seja:

$3=3.1$, $6=3.2$, $15=3.5$ e $18=3.6$, logo generalizando, temos $h=3.\mathrm{d}$.

- **Estratégia 3:** Utilizando o aspecto estrutural da Álgebra, operando com as estruturas algébricas da seguinte forma:

$\frac{h}{d}=\frac{3}{1}$ portanto, $h=3.\mathrm{d}$.

Questão 6

Considere a sequência:

3; 7; 11; 15; 19; 23; ----------; n; -----

Como pode ser representado o número que vem imediatamente depois de n?

Objetivo Específico: Verificar se o aluno resolve questão de sequência utilizando-se da Álgebra, sendo que o próximo número da sequência é dado algebricamente, pretendendo compreender, assim como Gil (2008), as dificuldades encontradas no estudo dos conceitos e procedimentos algébricos.

Conteúdo: Sequência numérica e algébrica, devido ao resultado da questão ser $n+4$

Possíveis estratégias de Resolução:

- **Estratégia 1:** Utilizando o aspecto processual da Álgebra, o aluno pode observar algumas similaridades nos números que satisfazem a sequência, ou seja:

$3+4=7$, $7+4=11$, $11+4=15$, e assim por diante, cada termo é o termo anterior acrescentado de quatro unidades, logo o número que vem imediatamente depois do n será $n+4$.

- **Estratégia 2:** Utilizando o aspecto estrutural da Álgebra, mesmo a questão não afirmando que a sequência é uma progressão aritmética, verificamos que a diferença entre um termo e o próximo é a mesma, sendo de quatro unidades, ou seja:

$3+x=7$	$7+x=11$
$3+x-3=7-3$	$7+x-7=11-7$
$x=4$	$x=4$

Portanto o número que vem imediatamente depois de n na sequência 3; 7; 11; 15; 19; 23; -------; n ; -------- será $n+4$.

Questão 7

Qual a fatoração de x^2+6x+9

Objetivo Específico: Verificar se o aluno tem disponível o conceito de fatoração de expressão do 2º grau. Assim como Pesquita (2007), pretendemos conhecer melhor a natureza das dificuldades na fatoração de expressões algébricas

Conteúdo: Fatoração de Expressão do 2º Grau

Possíveis estratégias de Resolução:

- **Estratégia 1:** Utilizando o aspecto processual da Álgebra, o aluno pode testar números que satisfaçam as condições fornecidas no enunciado da questão, temos:

Utilizando o caso de fatoração $x^2 - Sx + P$, para fatorar a expressão algébrica $x^2 + 6x + 9$ basta achar dois números que somados resultem em – 6 e que o produto deles resulte em 9.

Fazendo as tentativas para que o produto resulte em 9, temos:

$1.9 = 9$, $3.3 = 9$ ou $(-3).(-3) = 9$

E fazendo as tentativas para que a soma deles resulte em – 6, temos:

$1 + 9 = 10$, $3 + 3 = 6$ ou $(-3) + (-3) = -6$ Portanto, como -3 e -3 satisfazem ambas as condições, $(x+3)(x+3)$ resulta em $x^2 + 6x + 9$.

- **Estratégia 2:** Utilizando o aspecto estrutural da Álgebra para resolver a expressão, operando com as estruturas algébricas da seguinte forma:

$x^2 + 6x + 9$ separando $6x$ como a soma de dois termos, temos $x^2 + 3x + 3x + 9$. Fatorando, temos que o fator $(x+3)$ é comum aos termos $x^2 + 3x$ e $3x + 9$, ou seja, $x.(x+3) + 3.(x+3)$. Colocando em evidência $(x+3)$, que é fator comum, obtemos $(x+3).(x+3)$. Logo, a fatoração da expressão do 2º grau $x^2 + 6x + 9$ é $(x+3).(x+3)$.

Questão 8

Do total de moedas que Fausto tinha em sua carteira, sabe-se que: o seu quíntuplo era igual ao seu quadrado diminuído de 6 unidades. Assim sendo, qual o número de moedas que Fausto tinha na carteira?

Objetivos Específicos: Verificar se o aluno tem disponível o conceito de que uma situação pode ser expressa em forma de uma equação;

– Verificar se o aluno tem disponível o conceito de que existem números que podem ser a solução de uma equação.

Gil (2008) constatou, em sua pesquisa, que um dos principais fatores de dificuldade dos alunos foi a interpretação de problemas algébricos que exigem uma tradução da linguagem corrente para a linguagem simbólica.

Da mesma forma, Scarlassari (2007) verificou que um dos erros que se repete, sendo cometido pelos alunos ao traduzir uma situação em forma de uma equação, é escrevê-la de forma errada, portanto erram também na resolução.

Conteúdo: Equação de 2º grau

Possíveis estratégias de Resolução:

- **Estratégia 1:** Utilizando o aspecto processual da Álgebra, substituindo números no lugar do x, verificando se a igualdade é verdadeira:

O aluno pode chamar de x o número de moedas que Fausto tinha. Para escrever o quíntuplo do valor desconhecido, multiplica-se x por 5. O quadrado da quantidade de moedas pode ser escrito como x^2 que, diminuído de 6 unidades resulta em x^2-6. Assim, a equação procurada é $5x=x^2-6$. Após encontrar a equação correspondente, o aluno pode testar números que satisfaçam os dois membros da equação, encontrando $x=6$ ou $x=-1$, em que $6-1=5$ e $6.(-1)=-6$, ou seja:

$5.(6)=(6)^2-6$ $\qquad$ $5.(-1)=(-1)^2-6$

$30=36-6$ $\qquad$ $-5=1-6$

Como Fausto não pode ter um número negativo de moedas em sua carteira, ele tinha 6 moedas.

- **Estratégia 2:** Utilizando o aspecto estrutural da Álgebra para resolver a equação, operando com as estruturas algébricas e fórmulas.

$5x=x^2-6$

Subtraindo 5x dos dois membros da equação, temos:

$5x-5x=x^2-5x-6$

$0 = x^2 - 5x - 6$

$x^2 - 5x - 6 = 0$

$$x = \frac{(-b \pm \sqrt{(b^2 - 4.a.c)})}{2a}$$

$$x = \frac{[-(-5) \pm \sqrt{((-5)^2 - 4.1.(-6))}]}{(2.1)}$$

$$x = \frac{(5 \pm \sqrt{(25+24)})}{2}$$

$$x' = \frac{(5+7)}{2} \rightarrow x' = 6 \qquad x'' = \frac{(5-7)}{2} \rightarrow x'' = -1$$

Desprezando–se a raiz negativa, porque Fausto não poderia ter um número de moedas negativo, a resposta correta é 6; Fausto tinha 6 moedas em sua carteira.

- **Estratégia 3:** Utilizando o aspecto estrutural da Álgebra para resolver a equação, operando com as estruturas algébricas da seguinte forma:

$5x = x^2 - 6$

Subtraindo 5x dos dois membros da equação, temos:

$5x - 5x = x^2 - 5x - 6$

$0 = x^2 - 5x - 6$

$x^2 - 5x - 6 = 0$

Utilizando o caso de fatoração $x^2 - Sx + P$ para fatorar a expressão algébrica $x^2 - 5x - 6 = 0$, basta achar dois números que somados resultem em -5 e cujo produto resulte em -6. São os números 1 e -6. Fatorando a expressão $x^2 - 5x - 6 = 0$, temos: $(x+1).(x-6) = 0$, partindo do princípio que se uma multiplicação é zero, um dos fatores desta multiplicação é zero, obtemos $(x+1) = 0$ e, subtraindo 1 de ambos os membros, encontramos $x = -1$; ou obtemos $(x-6) = 0$ e, subtraindo 6 de ambos os membros, encontramos $x = 6$. Logo, verificamos que Fausto tinha –1 moeda ou 6 moedas na carteira. Desprezando–se a raiz negativa, porque Fausto não poderia ter um número de moedas negativo, concluímos que Fausto tinha 6 moedas na carteira.

- **Estratégia 4:** Utilizando o aspecto estrutural da Álgebra para resolver a equação, operando com as estruturas algébricas da seguinte forma:

$5x = x^2 - 6$

Subtraindo 5x dos dois membros da equação, temos:

$5x - 5x = x^2 - 5x - 6$

$0 = x^2 - 5x - 6$

$x^2 - 5x - 6 = 0$

$x^2 - 5x - 6 = 0$ separando $-5x$ como a soma de dois termos, temos $x^2 - 6x + x - 6 = 0$. Fatorando, temos que o fator $(x-6)$ é comum aos termos $x^2 - 6x$ e $x-6$, ou seja, $x.(x-6)+1.(x-6)=0$. Colocando em evidência $(x-6)$, que é fator comum, obtemos $(x-6).(x+1)=0$. Partindo do princípio algébrico que afirma que se $a \cdot b = 0$, então $a=0$ ou $b=0$, neste caso os fatores são $(x-6)$ e $(x+1)$, logo as raízes da equação $x^2 - 5x - 6 = 0$ são – 1 e 6. Como Fausto não poderia ter um número negativo de moedas na carteira, desprezamos a raiz negativa. Assim, Fausto tinha 6 moedas na carteira.

Apresentamos algumas estratégias que podem ser utilizadas pelos alunos da nossa amostra nas resoluções das questões propostas em nossa pesquisa. No próximo capítulo, apresentamos os resultados da coleta de dados realizada com 20 alunos do ProJovem do município de Itaquaquecetuba. Em nossa análise, procuramos classificar a questão pelo modo que a mesma poderia ser resolvida, levando–se em conta os aspectos processual e/ou estrutural da Álgebra. Procuramos, também, identificar os procedimentos utilizados pelos alunos para a resolução das mesmas.

4 – APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

4.1 – Introdução

Neste capítulo, apresentamos as análises dos dados coletados com o material produzido pelos alunos, levando em conta alguns trabalhos de pesquisa já existentes na área. Assim, nossa pesquisa pode identificar, por exemplo, como os alunos procederam, quais estratégias utilizaram ao resolver as questões propostas, e quais dificuldades foram ocasionadas pela própria formulação dos itens.

Foi feita uma análise das questões que foram aplicadas em nossa pesquisa. Essa análise foi composta por: acertos/erros, aspecto da Álgebra utilizado na resolução, estratégias de resolução e dificuldades encontradas.

Esta análise refere-se às resoluções das questões que foram aplicadas aos 20 alunos, separados em 10 duplas, de uma turma do ProJovem de Itaquaquecetuba.

Com esses resultados, levantamos alguns dados, que poderão nos ajudar no desenvolvimento da pesquisa e na análise qualitativa.

A seguir, algumas tabelas foram construídas com base nos dados colhidos na correção das questões aplicadas e resolvidas pelos alunos.

Tabela 1: Quantidade de acertos por questão

QUESTÕES	QUANTIDADE DE DUPLAS ACERTARAM
1	4
2	0
3	8
4	9
5	7
6	3
7	6
8	2

Na Tabela 1, apresentamos a quantidade de acertos para cada questão. Verificamos que a Questão 2 não foi resolvida de maneira bem sucedida por nenhuma das duplas. Esses alunos erraram porque dividiram apenas os termos numéricos do numerador pelos termos numéricos do denominador, sem importar-se com as variáveis. Já as questões 3, 4, 5 e 7 tiveram uma alta quantidade de acertos.

Na Questão 3, oito duplas acertaram porque utilizaram a fórmula de Bháskara corretamente, conteúdo este que foi bastante trabalhado pelo professor da turma no início do curso, enquanto não chegavam as apostilas dos alunos.

Na Questão 4, as nove duplas que acertaram foram substituindo (testando) números na variável x, de forma a encontrar os que satisfizessem as condições fornecidas no enunciado da questão, ou seja, quais valores multiplicados resultam em 10, de forma que uma medida seja 3 unidades a mais que a outra. Essa questão é típica de resolução pelo aspecto processual, em que, substituindo valores nas variáveis e verificando os resultados, encontra-se a solução que convém.

Na Questão 5, pelos dados fornecidos na tabela, os alunos encontraram semelhanças entre as grandezas diretamente proporcionais, relacionando o número de horas (h) e o número de dias (d) em que Lúcia assiste televisão, sendo que somente uma dupla não encontrou corretamente a sentença algébrica que relaciona as duas grandezas, e duas duplas não conseguiram resolver a questão.

E, na Questão 7, as dez duplas resolveram pelo aspecto estrutural da Álgebra, utilizando como estratégia a fatoração; mas, somente seis duplas acertaram, fatorando corretamente.

Na Tabela 2, apresentamos a quantidade de duplas que utilizaram o aspecto estrutural ou o processual da Álgebra em cada uma das questões.

Verificamos que, nas questões 4 e 6, a maioria das duplas resolveu pelo aspecto processual da Álgebra. Analisamos se esse fato dependeu do enunciado da questão ou do processo que o aluno aprendeu de resolução, enquanto nas questões 1, 2, 3, 5, 7 e 8, a maioria dos alunos resolveu pelo aspecto estrutural da álgebra.

Tabela 2: Caracterização das respostas das duplas em relação aos aspectos processual e estrutural

ASPECTO DA ÁLGEBRA UTILIZADO COMO ESTRATÉGIA DE RESOLUÇÃO			
QUESTÕES	**PROCESSUAL**	**ESTRUTURAL**	**NÃO RESOLVERAM**
1	-	09	01
2	-	10	-
3	-	10	-
4	10	-	-
5	03	05	02
6	10	-	-
7	-	10	-
8	03	05	02

As Questões 4 e 6 foram resolvidas por todas as duplas pelo aspecto processual da Álgebra, apesar de termos elaborado estratégias de resolução por ambos aspectos, processual e estrutural. Na Questão 4, (talvez pelo fato da questão favorecer esta resolução), os alunos foram testando números até encontrarem os que satisfizessem as condições fornecidas no enunciado da questão, ou seja, substituindo x por valores numéricos até a área ser 10m². E na Questão 6, como no enunciado é dado uma sequência numérica, os alunos observaram algumas similaridades nos números que satisfazem a sequência, ou seja, $3+4=7$, $7+4=11$, $11+4=15$, e assim por diante, isto é, cada termo seguinte é o seu antecessor acrescentando quatro unidades, logo o número que vem imediatamente depois do n será $n+4$.

Todas as duplas resolveram as Questões 2, 3 e 7 pelo aspecto estrutural da Álgebra. Quando elaboramos as possíveis estratégias de resolução para a questão 2, assim como os alunos sujeitos de nossa pesquisa, também conseguimos somente estratégias que utilizam o aspecto processual da Álgebra, (talvez pelo fato da questão ter esta natureza). Na Questão 2, os alunos tentaram resolver pelo aspecto estrutural da Álgebra, pois trabalharam com as expressões algébricas, tendo como resultado ainda expressões algébricas, mas todos erraram, porque resolveram somando os termos numéricos do numerador, sem levar em conta as variáveis e que, não eram termos semelhantes. Na Questão 3, os alunos resolveram pela fórmula de Bháskara, pelo fato de já terem familiaridade com este procedimento de resolução, dado que o professor do Programa já havia trabalhado este conteúdo no início do curso, enquanto as apostilas dos alunos não chegavam. E, na Questão 7, as dez duplas resolveram utilizando como estratégia a fatoração; mas, somente seis duplas acertaram, fatorando corretamente.

Tabela 3: Estratégias de resolução utilizada pelos alunos em cada questão

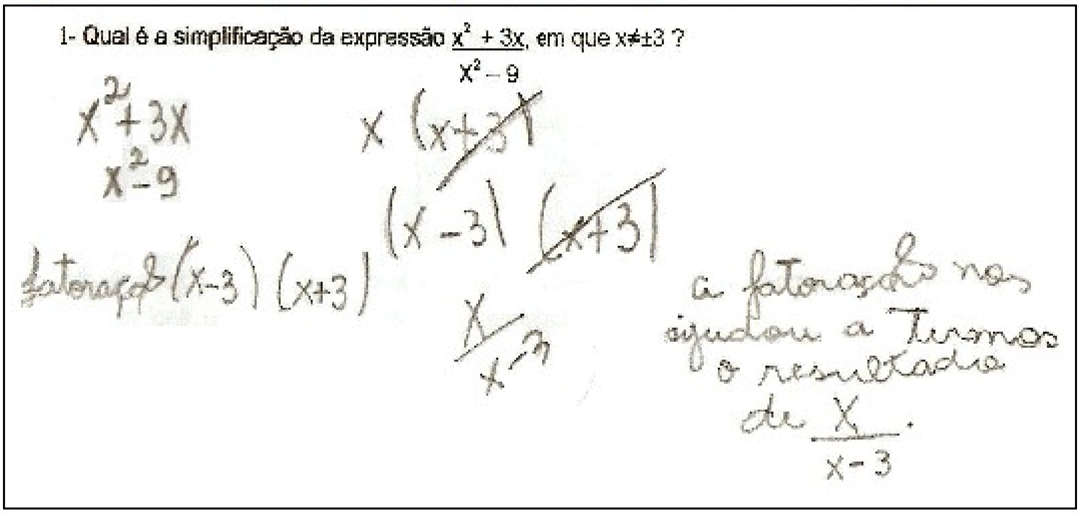
Procedimentos ou Estratégias utilizadas	Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4	Questão 5	Questão 6	Questão 7	Questão 8
Fatoração	6 duplas	-	-	-	-	-	10 duplas	-
Substituição de valores	-	-	-	10 duplas	5 duplas	-	-	3 duplas
Fórmula de Bháskara	-	-	10 duplas	-	-	-	-	5 duplas
Propriedade distributiva	1 dupla	-	-	-	-	-	-	-
Simplificação	3 duplas	-	-	-	-	-	-	-
Pela Lógica	-	-	-	-	4 duplas	10 duplas	-	-
Não resolveu	1 dupla	-	-	-	1 dupla	-	-	2 duplas

Na Tabela 3, relacionamos as estratégias de resolução que os sujeitos de nossa pesquisa utilizaram para resolver cada uma das questões, e a quantidade de duplas que usaram cada uma das estratégias.

A categoria "fatoração" se refere a quando os alunos transformam uma expressão algébrica em um produto de duas ou mais expressões, como se pode ver na Figura 4, para a Questão 1.

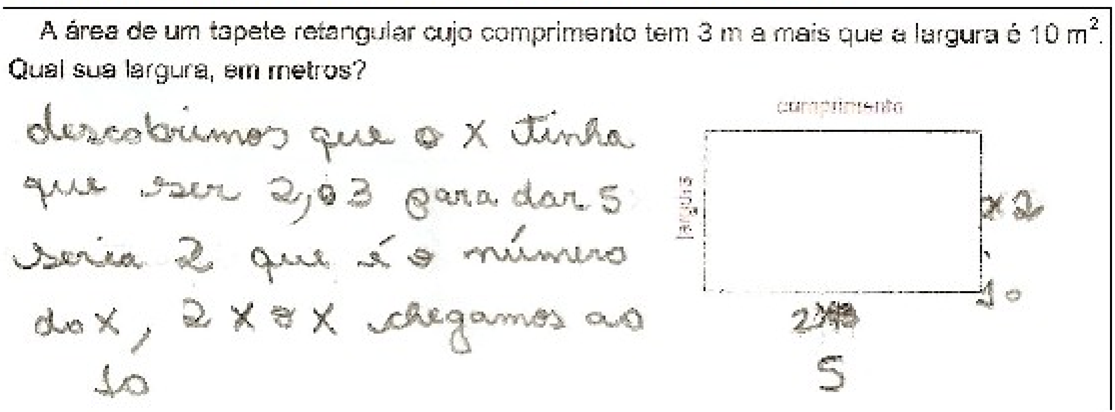
Neste caso, utilizaram como estratégia de resolução a fatoração, como podemos observar a sua afirmação "*a fatoração nos ajudou a termos o resultado de* $\frac{x}{(x-3)}$".

Figura 4 - Estratégia de resolução por fatoração de uma das duplas



A categoria “substituição de valores” relaciona as respostas em que, para resolver uma equação algébrica, os alunos substituem a incógnita por diferentes valores, até encontrarem o correto, como na Figura 5, para a Questão 4.

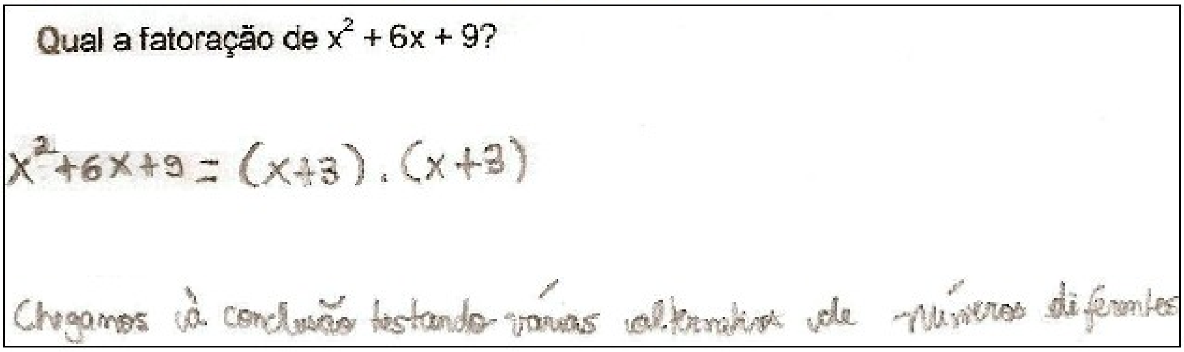
Figura 5 - Estratégia de resolução por substituição de valores



Consideramos a resolução por “Fórmula de Bháskara” quando o aluno se utiliza dessa fórmula para resolver a questão, o que aconteceu nas Questões 3 e 8.

Consideramos como uma resposta da categoria a “propriedade distributiva” quando multiplicando um número natural pela soma de dois números naturais, é o mesmo que multiplicar o fator, por cada uma das parcelas e a seguir adicionar os resultados obtidos, como por exemplo, uma dupla para descobrir qual a fatoração de x^2+6x+9, foi testando várias alternativas de produtos de fatores diferentes até chegar a conclusão que a fatoração de x^2+6x+9 é $(x+3).(x+3)$, como segue no protocolo.

Figura 6 - Estratégia de resolução por propriedade distributiva



Qual a fatoração de $x^2 + 6x + 9$?

$x^2+6x+9 = (x+3).(x+3)$

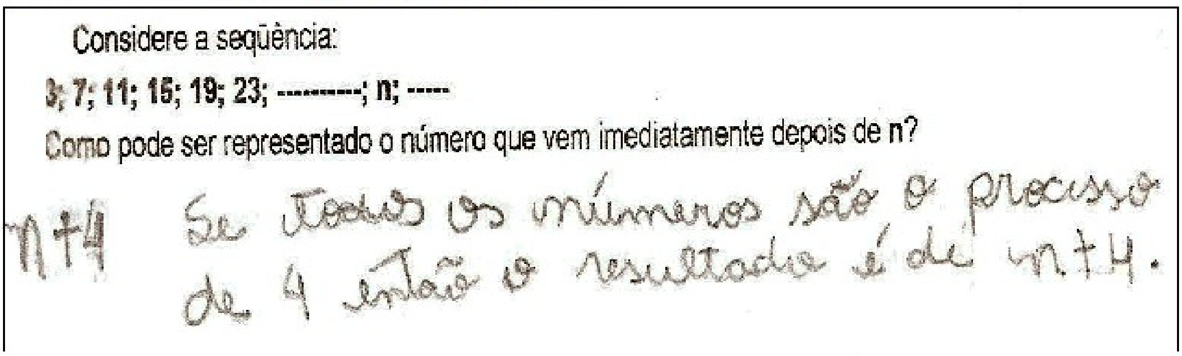
Chegamos à conclusão testando várias alternativas de números diferentes

Na categoria “Simplificação”, foram relacionadas as respostas nas quais os alunos obtêm uma expressão equivalente à dada com um menor número de termos, por exemplo, quando a expressão $\frac{(X^2+3X)}{(X^2-9)}$, com x≠±3, isso significa que uma resolução pode estar em duas categorias, pois, para simplificar, fatora-se, e então a expressão é escrita na forma $\frac{X}{(X-3)}$, como na Figura 4.

Na categoria “Lógica”, estão as resoluções em que os alunos argumentaram que resolveram sem realizar cálculos, como exemplo, a resolução dada para a Questão 6, apresentada na Figura 7.

Consideramos como da categoria “não resolveu”, quando o aluno não conseguiu desenvolver o exercício.

Figura 7 - Estratégia de resolução por Lógica



Considere a seqüência:

3; 7; 11; 15; 19; 23; ---------; n; -----

Como pode ser representado o número que vem imediatamente depois de n?

n+4 Se todos os números são o processo de 4 então o resultado é de n+4.

A seguir, apresentamos as análises das questões trabalhadas com os sujeitos de nossa pesquisa.

4.2 – Análise dos dados coletados

Questão 1

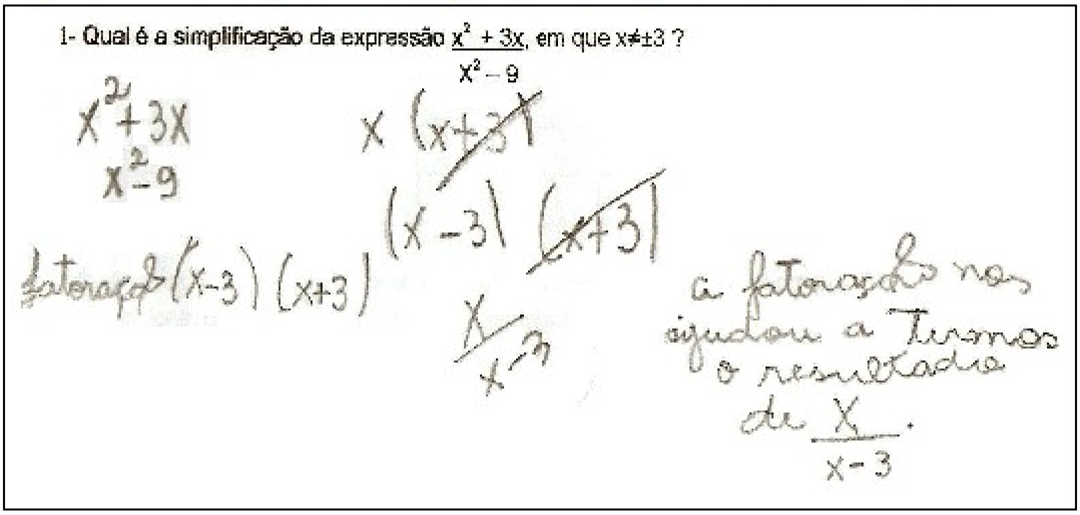
Qual é a simplificação da expressão $\frac{(X^2+3X)}{(X^2-9)}$, em que x≠±3?

Conteúdo: Fatoração de Equações de 2º Grau

Nesta questão, nove duplas resolveram pelo aspecto estrutural, assim como não conseguimos elaborar uma possível estratégia de resolução pelo aspecto processual da Álgebra para esta questão (talvez pelo fato da questão ser de natureza estrutural), mas somente quatro duplas acertaram.

Todas utilizaram a estratégia 1, utilizando o aspecto estrutural da Álgebra, citada na página 34 do Capítulo 3, como pode ser visto na Figura 4, e uma dupla afirmou que "*a fatoração ajudou a termos o resultado de* $\frac{X}{(X-3)}$ ".,

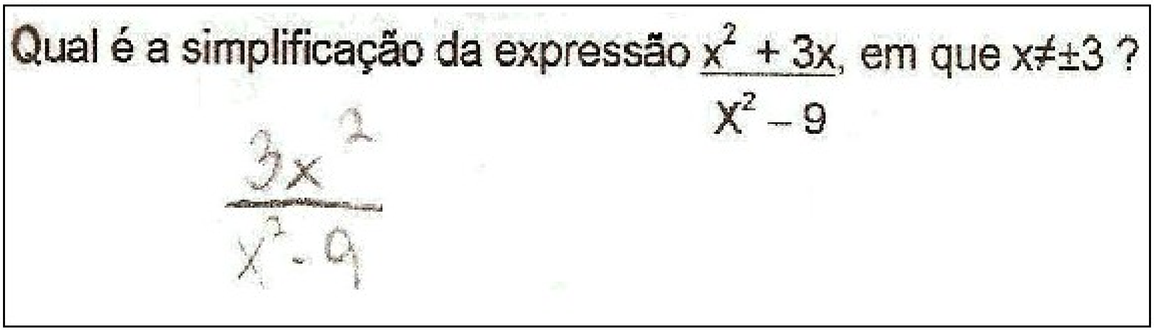
Figura 4 - Estratégia de resolução por fatoração de uma das duplas



Duas duplas somaram os termos do numerador e os termos do denominador; uma dupla dividiu x² do numerador por x² do denominador e 3 do numerador por 9 do denominador; duas duplas não conseguiram fatorar corretamente, errando, assim, na resolução; e uma dupla não resolveu a questão.

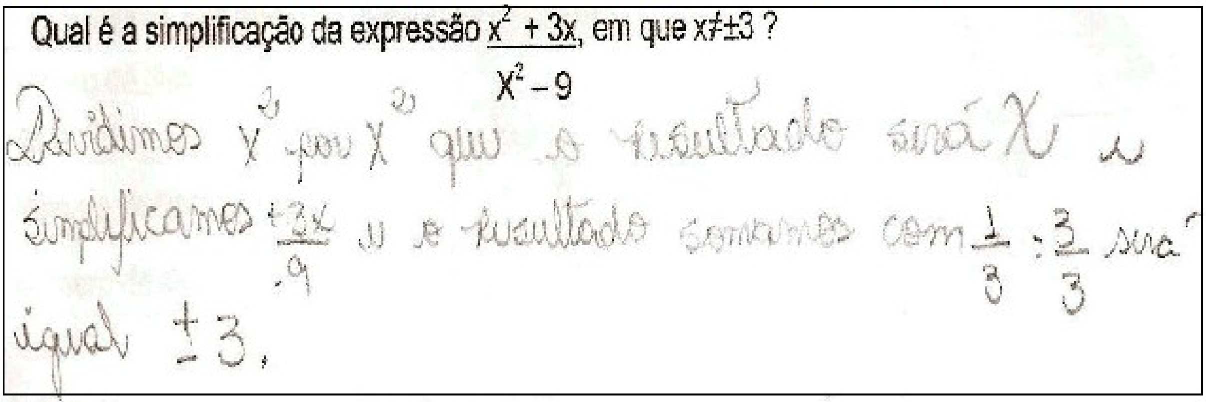
As duas duplas que somaram os termos do numerador e os termos do denominador procederam da forma apresentada na Figura 8, não conseguindo, assim, dar prosseguimento à resolução da questão.

Figura 8 - Estratégia de resolução de simplificação de expressão algébrica da dupla A



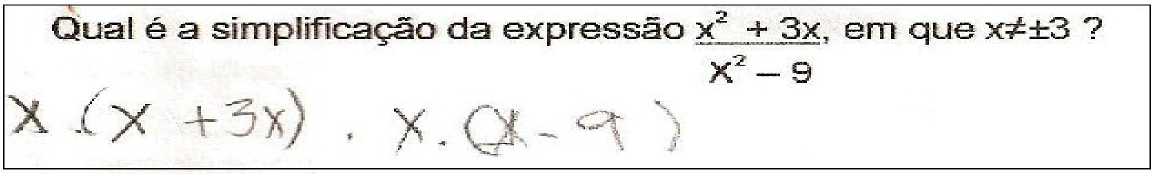
A dupla que dividiu x² do numerador por x² do denominador e 3 do numerador por 9 do denominador, também não teve a resolução bem sucedida, apresentada na Figura 9.

Figura 9 - Estratégia de resolução de simplificação de expressão algébrica da dupla B



Duas duplas não conseguiram fatorar corretamente, errando assim na resolução, como se vê na Figura 10.

Figura 10 - Estratégia de resolução de simplificação de expressão algébrica da dupla C


Qual é a simplificação da expressão $\frac{x^2 + 3x}{x^2 - 9}$, em que $x \neq \pm 3$?

$x(x + 3x) \cdot x \cdot (x - 9)$

Na Questão 1, assim como Ribeiro (2001) nas questões relacionadas à expressões algébricas, observamos que a maioria das duplas utilizaram o aspecto estrutural da Álgebra na sua resolução, pois para simplificar, fatora-se e ambas estratégias estão fortemente relacionadas ao aspecto estrutural da Álgebra.

Questão 2

Considere as expressões:

$A = 2\mathrm{a} + 4\mathrm{ba}$

$B = 2\mathrm{a}$

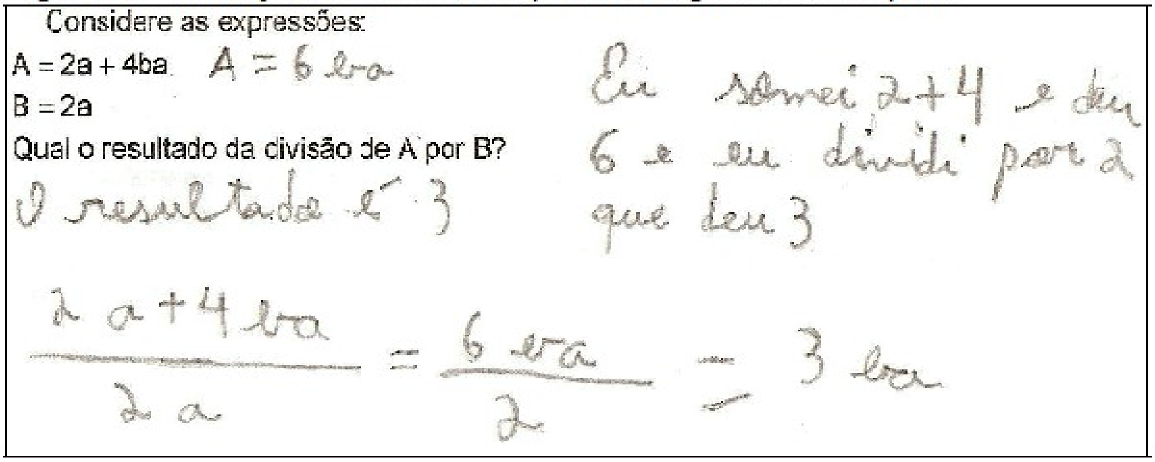
Qual o resultado da divisão de A por B? Sendo $B \neq 0$, ou seja $a \neq 0$.

Conteúdo: Divisão de expressões algébricas.

Nesta questão, as dez duplas tentaram resolver pelo aspecto estrutural da Álgebra; assim como não conseguimos elaborar uma possível estratégia de resolução pelo aspecto processual da Álgebra para esta questão, (talvez pelo fato da questão ser de natureza estrutural), mas todas erraram. Seis duplas somaram os termos do numerador para depois dividir por $2\mathrm{a}$, e quatro duplas, quando dividiram $2\mathrm{a}$ do numerador por $2\mathrm{a}$ do denominador, o resultado obtido foi $1\mathrm{a}$.

As seis duplas que resolveram somando os termos numéricos do numerador erraram, sem importar-se com as variáveis, pois não eram termos semelhantes, obtiveram como resultado 3ba, como na Figura 11.

Figura 11 - Resolução de divisão de expressões algébricas da dupla A


Considere as expressões:

A = 2a + 4ba $A = 6ba$

B = 2a

Qual o resultado da divisão de A por B?

O resultado é 3

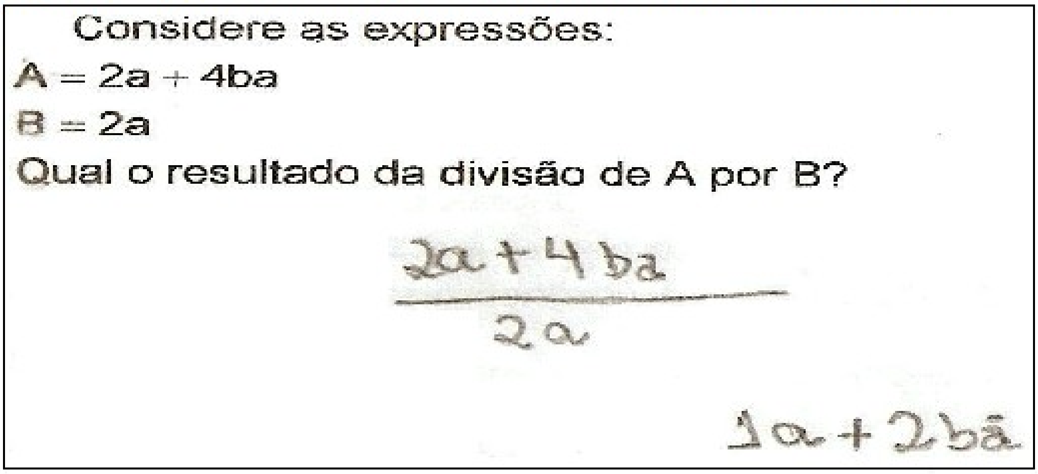
Eu somei 2+4 e deu 6 e eu dividi por 2 que deu 3

$$\frac{2a+4ba}{2a} = \frac{6ba}{2} = 3ba$$

Percebemos que os alunos tentaram resolver pelo aspecto estrutural da Álgebra, pois trabalharam com as expressões algébricas, tendo como resultado ainda expressões algébricas.

As outras quatro duplas também tentaram resolver pelo aspecto estrutural da Álgebra, pois trabalharam com as expressões algébricas, tendo como resultado ainda expressões algébricas, mas erraram porque dividiram apenas os termos numéricos do numerador pelos termos numéricos do denominador, sem importar-se com as variáveis, obtendo como resultado $1a + 2ba$, como exemplo na figura 12.

Figura 12 - Resolução de divisão de expressões algébricas dupla B


Considere as expressões:

A = 2a + 4ba

B = 2a

Qual o resultado da divisão de A por B?

$$\frac{2a+4ba}{2a}$$

$1a + 2ba$

Na Questão 2, observamos que todas as duplas utilizaram o aspecto estrutural da Álgebra na sua resolução; podemos concluir, então, que esta questão está fortemente relacionada ao aspecto estrutural da Álgebra, pois os alunos não conseguiram visualizar que as variáveis representam números quaisquer, tentando assim, resolvê-la como está apresentada, sem a possibilidade de substituir valores nas variáveis a e b para resolvê-la. Em Ribeiro (2001) observamos que, nas questões referente à expressões algébricas, o aspecto estrutural da Álgebra também foi utilizado na resolução de questão similar.

Questão 3

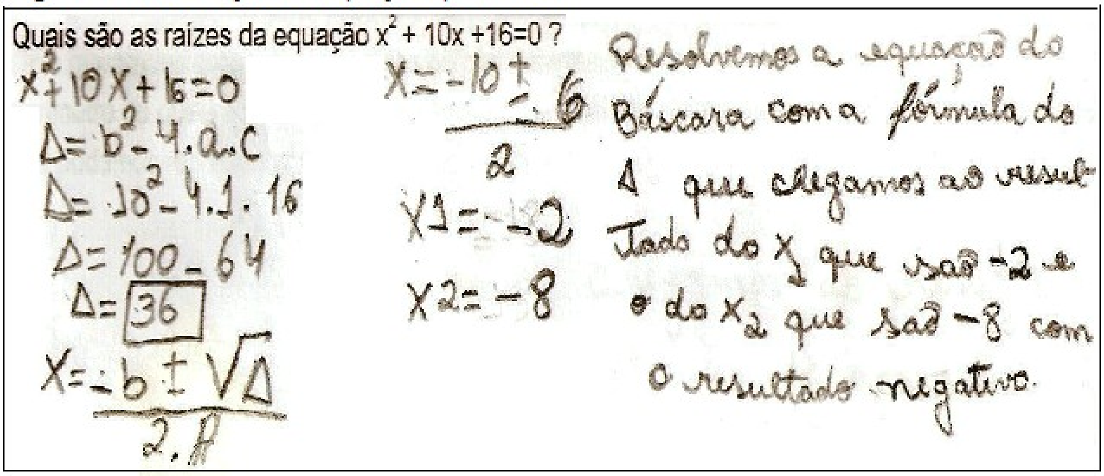
Quais são as raízes da equação $x^2 + 10x + 16 = 0$?

Conteúdo: Equação de 2º grau

Nesta questão, as dez duplas resolveram pelo aspecto estrutural da Álgebra, utilizando a fórmula de Bháskara. Destas, oito duplas acertaram, porque utilizaram a fórmula corretamente. Uma dupla errou, porque não dividiu por $2\mathrm{a}$; e a outra dupla errou nos sinais, por não ter utilizado $-b$ na fórmula $x = \frac{(-b \pm \sqrt{(b^2 - 4.\mathrm{a.c})})}{2.\mathrm{a}}$ de Bháskara.

As oito duplas que acertaram resolveram pelo aspecto estrutural da Álgebra, utilizando a estratégia 2, citada na página 40 do Capítulo 3. Utilizaram corretamente a fórmula geral para resolução da equação polinomial do segundo grau, como na Figura 13.

Figura 13 - Resolução de equação quadrática

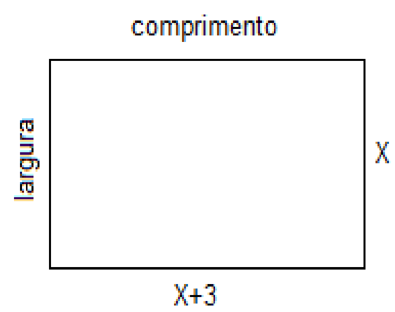


Percebemos que os alunos não pareciam ter dificuldade na resolução desta questão, que exige a resolução de uma equação quadrática, mesmo sabendo que, até o momento em que esta pesquisa foi realizada, esses alunos não haviam trabalhado com este assunto na apostila do ProJovem. Sendo assim, comentamos este fato com o professor da turma, que relatou que, no início das aulas, enquanto os alunos não haviam recebido a apostila, ele trabalhou com os alunos a resolução desse tipo de equação, mas somente com o uso da fórmula de Bháskara. Talvez seja por este motivo que todas as duplas utilizaram desta estratégia de resolução.

Na Questão 3, observamos que todas as duplas utilizaram o aspecto estrutural da Álgebra na sua resolução, pois os alunos estão acostumados a resolver equações quadráticas pela fórmula de Bháskara, talvez pelo fato de somente ter sido apresentada esta forma de resolução, durante sua escolaridade. Não realizamos uma análise com referência em Ribeiro (2001) nesta questão pelo fato do pesquisador não ter utilizado qualquer questão envolvendo o conteúdo de equação de 2º grau em sua pesquisa.

Questão 4

A área de um tapete retangular cujo comprimento tem 3m a mais que a largura é 10 m^2. Qual sua largura, em metros?

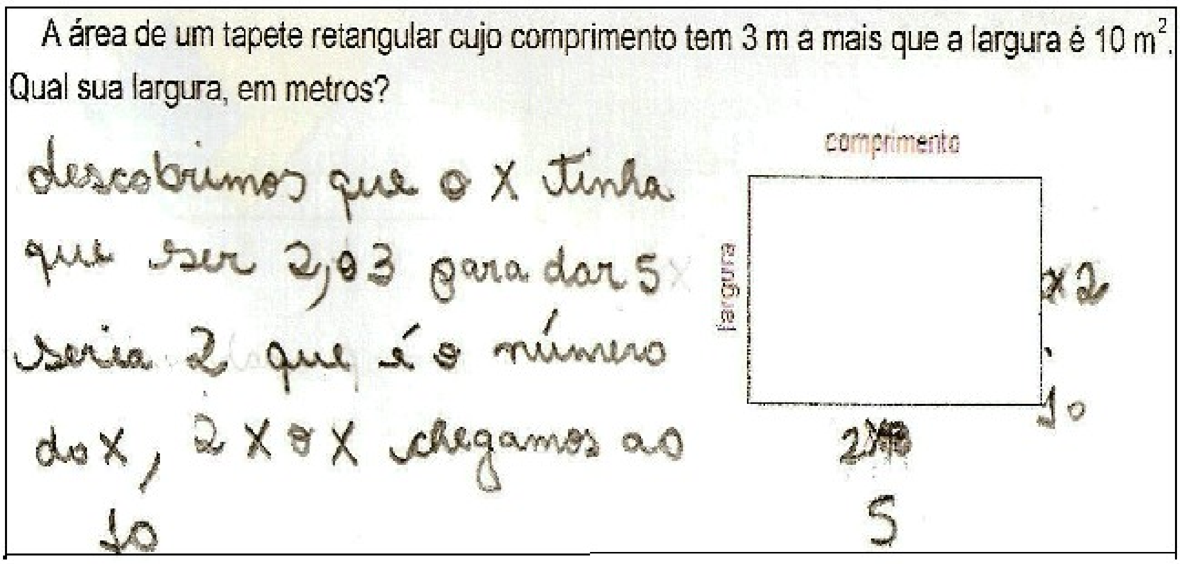


Conteúdo: Expressões Algébricas.

Nesta questão, as dez duplas resolveram pelo aspecto processual da Álgebra (talvez pelo fato da questão favorecer esta resolução). Como na estratégia 1, citada na página 37, os alunos testaram números até encontrarem o que satisfizesse as condições fornecidas no enunciado da questão, ou seja, substituíram x por valores numéricos até que a área fosse 10 m². Nove duplas acertaram, fazendo resoluções similares à da Figura 14, e apenas uma dupla substituiu o x do comprimento por 2 e o x da largura por 5 esquecendo que o comprimento era três unidades a mais que a largura. Nossa intervenção foi explicar para os alunos a respeito da área de figura retangular, A = L . c , ou seja, que a área de figura retangular é igual ao produto da medida da largura pela medida do comprimento.

A Questão 4 pode ser classificada tanto como uma questão processual, se resolvida por meio da substituição de valores na variável x até satisfazer as condições da área ser 10 m², como estrutural se resolvida por meio da expressão algébrica que representa o enunciado da questão. Mas, percebemos que todas as duplas resolveram pelo aspecto processual da Álgebra, talvez pelo fato da própria figura apresentar diversas informações necessárias para a resolução da questão, assim os alunos foram substituindo valores na própria figura até solucioná-la.

Figura 14 - Resolução de questão envolvendo área de figura retangular



Questão 5

A tabela abaixo mostra o número de horas que Lúcia assiste à televisão em relação ao número de dias:

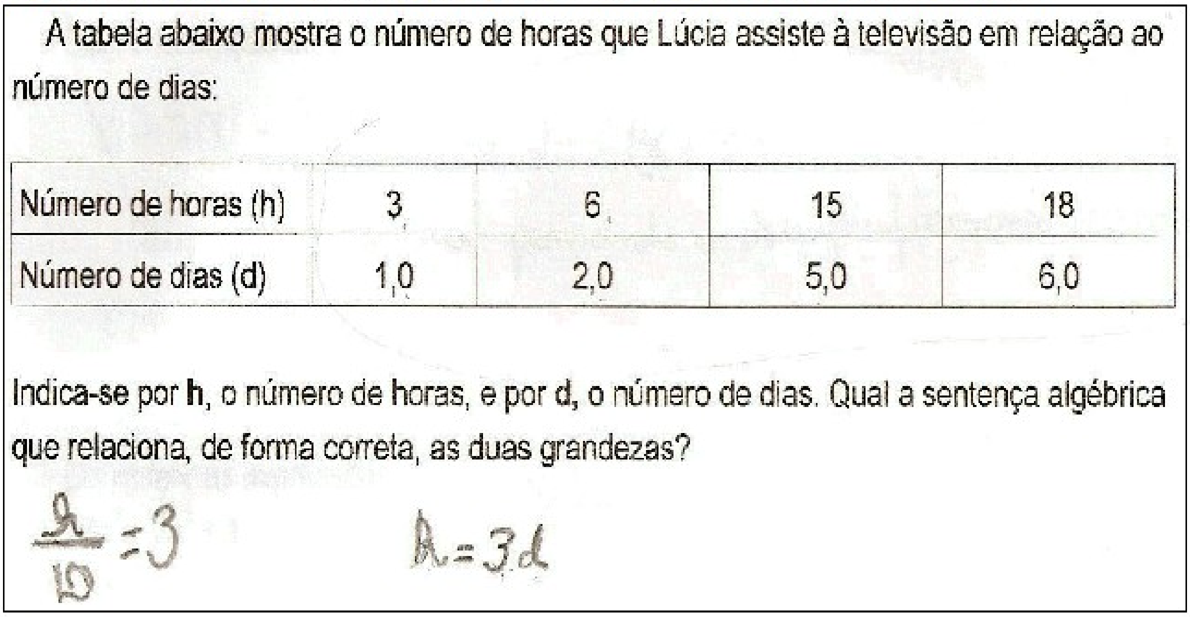
Número de horas (h)	3	6	15	18
Número de dias (d)	1,0	2,0	5,0	6,0

Indica-se por **h**, o número de horas, e por **d,** o número de dias. Qual a sentença algébrica que relaciona, de forma correta, as duas grandezas?

Conteúdo: Problema de contextualização, interpretação e tradução em sentença algébrica.

Nesta questão, cinco duplas resolveram pelo aspecto estrutural da Álgebra, três duplas pelo aspecto processual da Álgebra e duas duplas não resolveram. As cinco duplas que resolveram pelo aspecto estrutural utilizaram a estratégia 3, citada na página 39 do Capítulo 3, sendo que todas acertaram a sentença algébrica que relacionava, de forma correta, as duas grandezas, como na Figura 15.

Figura 15 - Resolução de sentença algébrica relacionando grandezas da dupla A



A tabela abaixo mostra o número de horas que Lúcia assiste à televisão em relação ao número de dias:

Número de horas (h)	3	6	15	18
Número de dias (d)	1,0	2,0	5,0	6,0

Indica-se por **h**, o número de horas, e por **d,** o número de dias. Qual a sentença algébrica que relaciona, de forma correta, as duas grandezas?

$\frac{h}{10} = 3$ $h = 3d$

As três duplas que resolveram pelo aspecto processual da álgebra, utilizaram a estratégia 1 citada na página 39 do Capítulo 3. Os alunos foram utilizando os valores da tabela dada no enunciado da questão para verificar semelhanças. Uma dupla errou porque, aparentemente, não conseguiu representar a sentença algébrica. Duas duplas acertaram a sentença algébrica que relacionava, de forma correta, as duas grandezas, como apresentamos na Figura 16.

Figura 16 - Resolução de sentença algébrica relacionando grandezas da dupla B

A tabela abaixo mostra o número de horas que Lúcia assiste à televisão em relação ao número de dias:

Número de horas (h)	3	6	15	18
Número de dias (d)	1,0	2,0	5,0	6,0

Indica-se por **h**, o número de horas, e por **d**, o número de dias. Qual a sentença algébrica que relaciona, de forma correta, as duas grandezas?

$\frac{h}{d} = 3 \quad \frac{3}{1} = 3 \quad \frac{6}{2} = 3 \quad \frac{15}{5} = 3 \quad \frac{18}{6} = 3$

discobrimos que o números de horas dividindo por dias são 3

Esta questão também pode ser classificada utilizando os dois aspectos, processual, se resolvida por meio de tentativas, verificando as semelhanças nos números que satisfazem as condições fornecidas no enunciado, e estrutural, se for resolvida operando com as estruturas algébricas, tanto que observamos algumas duplas que utilizaram do aspecto processual e outras do aspecto estrutural da Álgebra na resolução desta questão. Em Ribeiro (2001), observamos que, nas questões referente à expressões algébricas, a resolução envolveu o aspecto estrutural da Álgebra. Os alunos do ProJovem são estimulados a resolver as questões como eles conseguem, talvez este seja o motivo destes alunos, diferente dos alunos do ensino regular, não seguirem exemplos de resolução apresentado pelo professor.

Questão 6

Considere a sequência:

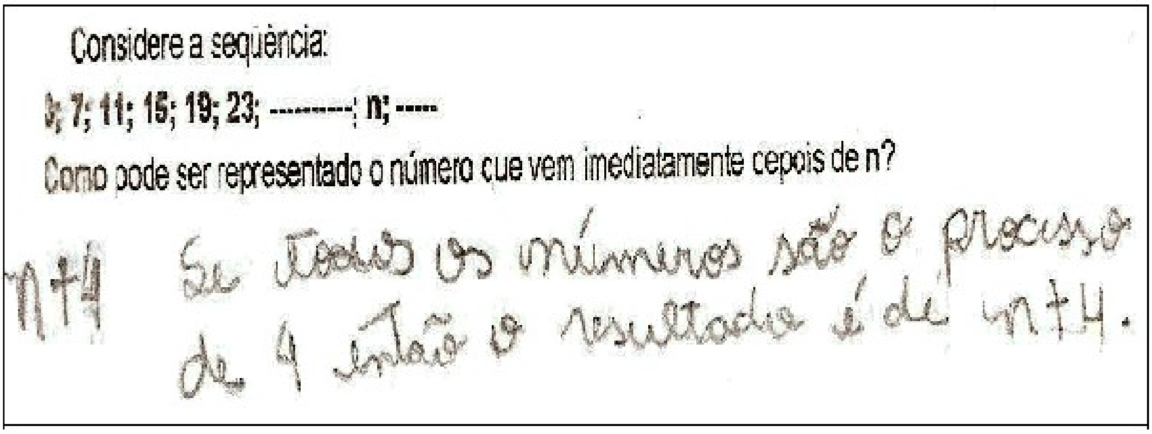
3; 7; 11; 15; 19; 23; ----------; n; -----

Como pode ser representado o número que vem imediatamente depois de n?

Conteúdo: Sequência numérica e algébrica.

Nesta questão, as dez duplas resolveram pelo aspecto processual da Álgebra, mas apenas três duplas acertaram, resolvendo pela estratégia 1 da página 40 do Capítulo 3, observando algumas similaridades nos números que satisfazem a sequência, $3+4=7$, $7+4=11$, $11+4=15$, e assim por diante, ou seja, cada termo seguinte é o seu antecessor acrescentando quatro unidades, logo o número que vem imediatamente depois do n será $n+4$, como na Figura 17.

Figura 17 - Estratégia de resolução por Lógica


Considere a seqüência:

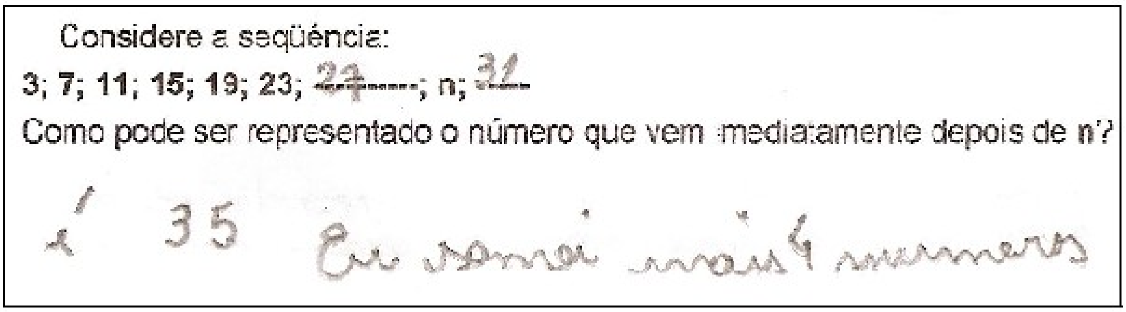
3; 7; 11; 15; 19; 23; ---------; n; -----

Como pode ser representado o número que vem imediatamente depois de n?

n+4 Se todos os números são o processo de 4 então o resultado é de n+4.

Cinco duplas erraram porque encontraram o termo 27 após o termo 23, e determinaram o termo n como sendo o primeiro termo depois de 27, ou seja, n igual a 31 e o número após o n, igual a 35, como na Figura 18.

Figura 18 - Resolução de sequência da dupla A


Considere a seqüência:

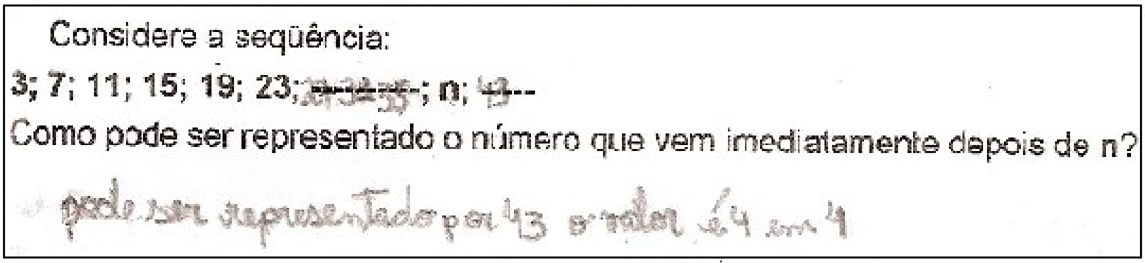
3; 7; 11; 15; 19; 23; 27-------; n; 31

Como pode ser representado o número que vem imediatamente depois de n?

é 35 Eu somei mais 4 numeros

Duas duplas determinaram que, no espaço entre 23 e n, cabiam três termos, ou seja, 27, 31 e 35, então n seria igual a 39, e o termo que vem imediatamente depois de n seria 43, como na Figura 19.

Figura 19 - Resolução de sequência da dupla B


Considere a seqüência:
3; 7; 11; 15; 19; 23; 27 31 35; n; 43
Como pode ser representado o número que vem imediatamente depois de n?
pode ser representado por 43 o valor é 4 em 4

Trata-se de uma questão de aspecto processual, que pode ser resolvida observando algumas similaridades nos números que satisfazem a sequência, tanto que todas as duplas resolveram utilizando este aspecto da Álgebra. No entanto, percebemos que, a forma que a questão foi apresentada dificultou a interpretação por parte dos alunos, quando entenderam cada traço como sendo um termo da sequencia. Constatamos, assim como Gil (2008), que esta dificuldade na interpretação de problemas algébricos propicia o aluno a cometer o erro. Da mesma forma, Scarlassari (2007) verificou que este é um dos erros que se repete, sendo cometido pelos alunos ao traduzir uma situação de forma errada, portanto erram também na resolução.

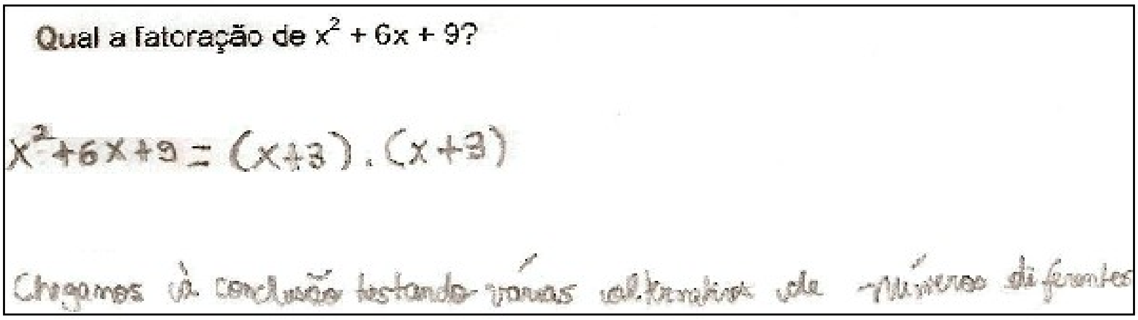
Questão 7

Qual a fatoração de $x^2 + 6x + 9$?

Conteúdo: Fatoração de Equações de 2º Grau

Nesta questão, as dez duplas resolveram pelo aspecto estrutural da Álgebra, utilizando como estratégia a fatoração. Seis duplas acertaram, fatorando corretamente, como mostra a Figura 20.

Figura 20 - Estratégia de resolução por Propriedade Distributiva


Qual a fatoração de $x^2 + 6x + 9$?

$x^2+6x+9 = (x+3).(x+3)$

Chegamos à conclusão testando várias alternativas de números diferentes

Uma dessas duplas afirmou que "*se para dar x² temos que colocar x duas vezes, então, para dar 9, precisamos colocar 3 duas vezes*".

As outras quatro duplas resolveram pelo aspecto estrutural da Álgebra, utilizando como estratégia de resolução também a fatoração, mas erraram nos cálculos, obtendo, assim, a fatoração incorreta.

Trata-se de uma questão de aspecto estrutural que necessita de procedimentos e conceitos algébricos, como fatoração, para poder ser resolvida. As duplas resolveram utilizando o aspecto estrutural da Álgebra. Assim como Ribeiro (2001), constatamos que as questões que necessita de procedimentos e conceitos algébricos como fatoração são vinculadas ao aspecto estrutural da Álgebra.

Questão 8

Do total de moedas que Fausto tinha em sua carteira, sabe-se que: o quíntuplo era igual ao seu quadrado diminuído de 6 unidades. Assim sendo, qual o número de moedas que Fausto tinha na carteira?

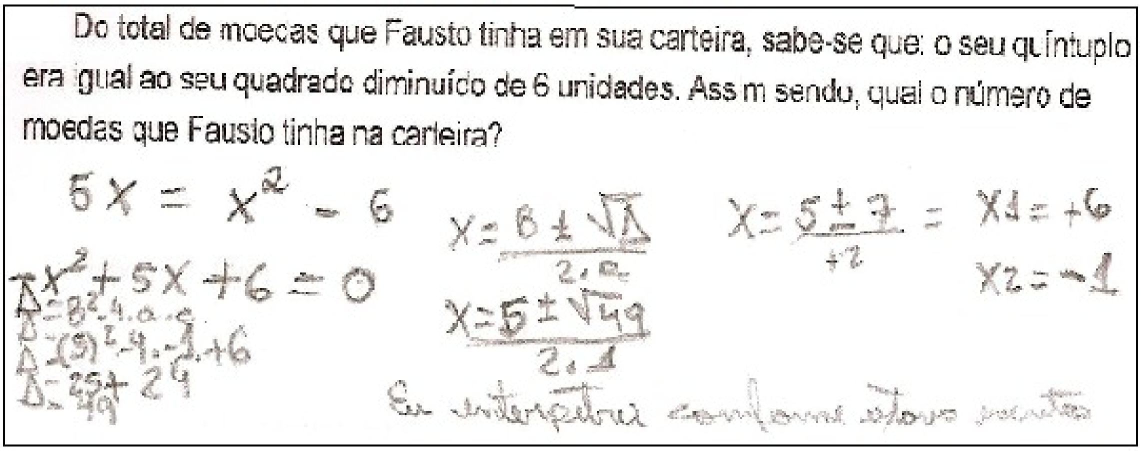
Conteúdo: Equação de 2º grau

Nesta questão, cinco duplas resolveram pelo aspecto estrutural da Álgebra utilizando a fórmula de Bháskara. Destas, duas duplas acertaram porque utilizaram a fórmula corretamente. Duas duplas erraram porque, na fórmula, ao invés de utilizar $-b$, utilizaram b^2 no termo fora da raiz na parte da fórmula $x=\frac{(-b\pm\sqrt{(b^2-4.a.c)})}{2.a}$

de Bháskara. Três duplas resolveram pelo aspecto processual da Álgebra, substituindo valores na variável da equação, mas, como tiveram dificuldades na interpretação do enunciado, não conseguiram traduzir a linguagem corrente para a linguagem simbólica, escrevendo, assim, a equação de forma errada, portanto errando também na resolução.

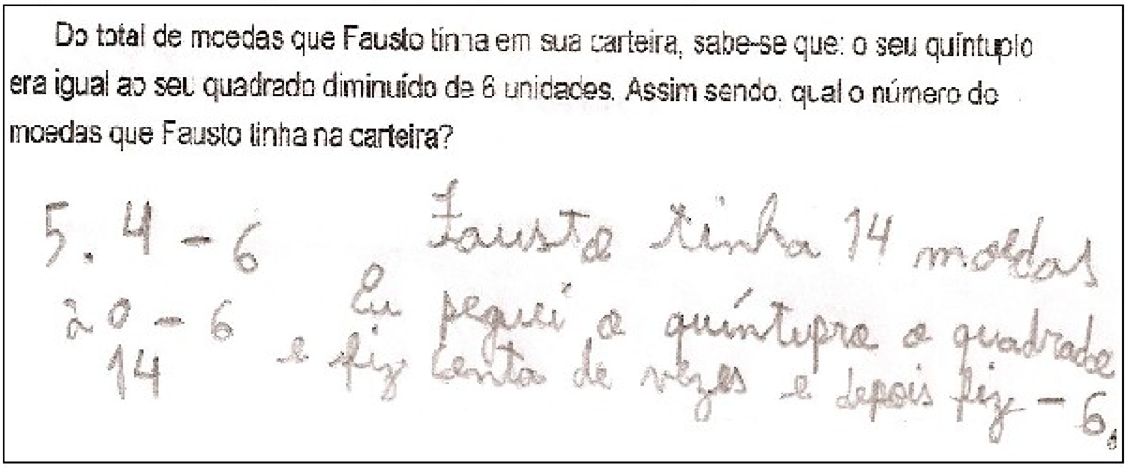
As cinco duplas que resolveram pelo aspecto estrutural da Álgebra, utilizaram a estratégia 2, citada na página 42 do Capítulo 3. Destas duplas, somente duas utilizaram corretamente a fórmula geral para a resolução da equação polinomial do segundo grau, como segue na Figura 21.

Figura 21 - Resolução de equação quadrática da dupla A



As três duplas que resolveram pelo aspecto processual da Álgebra não conseguiram traduzir a linguagem corrente para a linguagem simbólica, escrevendo, assim, a equação de forma errada, portanto errando também na resolução, como na Figura 22.

Figura 22 - Resolução de equação quadrática da dupla B



Do total de moedas que Fausto tinha em sua carteira, sabe-se que: o seu quíntuplo era igual ao seu quadrado diminuído de 6 unidades. Assim sendo, qual o número de moedas que Fausto tinha na carteira?

5 . 4 − 6
20 − 6
14

Fausto tinha 14 moedas
Eu peguei o quíntupro o quadrado e fiz tanta de vezes e depois fiz − 6

E duas duplas não conseguiram resolver a Questão 8.

Esta questão também pode ser classificada utilizando os dois aspectos, processual, se resolvida substituindo números no lugar do x, verificando se a igualdade é verdadeira; e estrutural, traduzindo e resolvendo o problema por meio de uma equação quadrática, operando com as estruturas algébricas e fórmulas, sendo que as duplas ficaram divididas em relação à utilização dos aspectos da Álgebra na resolução desta questão.

Constatamos que um dos principais fatores de dificuldades por parte dos alunos foi a interpretação de problemas algébricos que exigem uma tradução da linguagem corrente para a linguagem simbólica, assim como Gil (2008) constatou em sua pesquisa.

Da mesma forma que Scarlassari (2007) verificou que um dos erros que se repete, sendo cometido pelos alunos ao traduzir uma situação em forma de uma equação, é escrevê-la de forma errada, portanto erram também na resolução. Não realizamos uma análise relacionando estes dados com os coletados em Ribeiro (2001) nesta questão, pelo fato do pesquisador não ter utilizado questão que envolva o conteúdo de equação de 2º grau em sua pesquisa.

Quanto à resolução pelos aspectos processual ou estrutural da Álgebra, refere-se grande parte à natureza da questão, mas principalmente, como foi apresentada aquela resolução ao aluno pelo seu professor, pois as resoluções de questões de Álgebra são dificilmente trabalhadas com os alunos em diferentes aspectos (processual ou estrutural), muitas vezes até pela dificuldade de obter diferentes aspectos de resolução pelo fato da natureza desta questão, como comentado anteriormente.

CONCLUSÃO

Nesta pesquisa, fizemos uma análise das estratégias de resolução que alunos do ProJovem usam para resolver as questões de Álgebra do SARESP 2007. Para isso, baseamo-nos nos procedimentos metodológicos de Ribeiro (2001) e nos aspectos processual e estrutural da Álgebra elaborados por Kieran (1992, apud Ribeiro, 2001).

É preciso levar em consideração a diversidade dos alunos do ProJovem de Itaquaquecetuba (sujeitos de nossa pesquisa). Além do Programa não ser seriado como o ensino regular, e os alunos terem apenas que comprovar que são alfabetizados para se matricularem, o perfil desses alunos é de terem estado muito tempo afastados da escolaridade, por diversos motivos, como: necessidade de trabalhar para auxiliar na renda familiar, gravidez na adolescência, entre outros. Considerando todas estas condições, entendemos que o desempenho desses alunos na resolução das oito questões de Álgebra selecionadas do SARESP 2007 foi relativamente satisfatório. Além disso, não pretendemos uma comparação detalhada entre os resultados de nossa pesquisa e os de Ribeiro (2001), dado que se passaram dez anos da pesquisa realizada por Ribeiro (2001), a estrutura do SARESP que se modificou durante este período, entre outros fatores.

Quanto aos erros cometidos, percebemos as dificuldades apresentadas por esses alunos na tradução de um texto na linguagem corrente para uma expressão na linguagem algébrica. Não conseguindo formalizar as informações, o aluno não resolverá o problema corretamente. Isso foi, também, levantado por Scarlassari (2007) e Gil (2008).

Além da tradução da linguagem corrente para a linguagem algébrica, a resolução de um problema exige que o aluno utilize os conhecimentos que fazem parte dos procedimentos algébricos. Vimos que esses alunos também cometem erros nesses procedimentos. Uma das hipóteses que podemos fazer sobre isso é que eles tenham decorado regras sem entender o significado delas, misturando-as no momento em que o exercício solicita mais de uma operação.

Os aspectos processual e estrutural da Álgebra, elaborados por Kieran (1992, apud Ribeiro, 2001) que foram utilizados como embasamento teórico de nossa pesquisa, estavam presentes nas questões aplicadas nesta pesquisa, por meio dos procedimentos que eram possíveis de serem utilizados para a resolução das mesmas.

Em seu trabalho, a autora destaca a necessidade de se utilizar os dois aspectos da Álgebra, tanto o processual quanto o estrutural, para desenvolver nos alunos as capacidades de tratar as representações simbólicas como objetos matemáticos, saber operar sobre as estruturas algébricas e saber modelar problemas em estruturas algébricas.

Baseado nos resultados de nossa pesquisa, verificamos que existem estratégias de resolução que são totalmente vinculadas ao aspecto estrutural da Álgebra como: simplificação e fatoração utilizada nas questões 1, 2 e 7, relacionadas aos conteúdos de fatoração e simplificação de equações do 1º e do 2º grau; e, fórmula de Bháskara utilizada nas questões 3 e 8, relacionadas ao conteúdo de resolução de equações quadráticas. Assim como existem estratégias de resolução que são totalmente vinculadas ao aspecto processual da Álgebra como: substituição de valores e lógica nas questões 4, 5 e 6, relacionadas aos conteúdos de expressões algébricas apresentadas em figuras geométricas, problemas de interpretação em sentença algébrica e sequências numéricas.

Percebemos que existem exercícios que todos os alunos utilizam-se de uma mesma estratégia de resolução, seja ela pelo aspecto processual ou estrutural da Álgebra, segundo Kieran (1992).

Segue, então uma recomendação para procurarmos trabalhar com os alunos a resolução de questões de Álgebra tanto pelo aspecto processual como pelo aspecto estrutural. Devido à grande diversidades dos nossos educandos, alguns alunos apresentam melhor assimilação na resolução em determinadas questões, pelo aspecto estrutural da Álgebra, enquanto outros, apresentam melhor assimilação na resolução em determinadas questões pelo aspecto processual da Álgebra.

BIBLIOGRAFIA

Cortés A. & Kavafian N. **Les principes qui guident la pensée dans la résolution des équations**. Revue "Petit x". Editeur : Irem de Grenoble, 1999. Nº 51; 47-74.

Distrito Federal, (Brasília), Secretaria Nacional de Juventude – Coordenação Nacional do ProJovem. **Manual do Educador: Orientações Gerais do Programa Nacional de Inclusão de Jovens.** Brasília, DF. 2007.

FÉRES, M. J. V. Programa Nacional de Inclusão de Jovens (PROJOVEM). Relatório de Atividades: Secretaria Nacional de Juventude, Brasília, DF. 2007, p. 11.

GIL, Katia Henn. **Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem de álgebra**. – Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Fac. de Física, PUCRS. Porto Alegre, 2008. 118 f.

Kieran, C. **The early learning of algebra: A structural perspective**. In S. Wagner & C. Kieran (Eds.), Investigación issues in the learning and teaching of algebra (pp. 33-56). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 1989.

KIERAN, C. **The learning and teaching of school algebra**. In: GROUWS, D. A. (Ed.). Handbook of research on mathematics teaching and learning. New York: Macmillan, 1992.

LIMA, R. N. de. **Equações algébricas no ensino médio: uma jornada por diferentes mundos da matemática.** Tese. (Doutorado em Educação Matemática – Pontifícia Universidade católica de São Paulo). São Paulo, 2007.

NEVES, P. S. de O. **Um estudo sobre o significado, o ensino e a aprendizagem da álgebra.** USP, Dissertação de Mestrado, 1995.

PESQUITA, Idália Maria Pereira. **Álgebra e Pensamento Algébrico de alunos do 8º ano.** Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Ciências. Universidade de Lisboa, Lisboa, 2007.

RIBEIRO, A. J. **Analisando o desempenho de alunos do Ensino Fundamental em Álgebra, com base em dados do SARESP.** Dissertação. (Mestrado em Educação Matemática - Pontifícia Universidade católica de São Paulo). São Paulo. 2001.

SANGIORI, O. **Matemática: 1º grau**. Nova Série, São Paulo, Cia Editora Nacional, 1996.

São Paulo, (Estado), Secretaria da Educação – Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Proposta Curricular para o Ensino da Matemática: 1º grau.** São Paulo, SE/CENP. 1986.

SCARLASSARI, N. **Um estudo de dificuldades ao aprender álgebra em situações diferenciadas de ensino em alunos da 6ª série do ensino fundamental** – Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP. São Paulo, 2007.

APÊNDICES

APÊNDICE A

AUTORIZAÇÃO

Eu, ____________________, RG ______________, Secretária Municipal de Educação do município de Itaquaquecetuba e gestora do Programa Nacional de Inclusão de Jovens (ProJovem) das escolas (núcleos) onde os mesmos se realizam, venho por meio desta autorizar a realização nestes estabelecimentos de ensino da pesquisa do mestrando Dartagnan Garcia Pimenta, RA 080111084, intitulada "Análise das resoluções de questões de Álgebra dos alunos do programa nacional de inclusão de jovens (ProJovem) no município de Itaquaquecetuba.", sob a orientação da Profª. Drª. Rosana Nogueira de Lima, do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Bandeirante de São Paulo – UNIBAN BRASIL.

Declaro estar ciente de que para esta pesquisa será feita coleta de dados com alunos das referidas escolas. O material coletado será de uso exclusivo do projeto de pesquisa e os participantes terão seus nomes trocados por pseudônimos mantendo em sigilo a identidade dos sujeitos. Além disso, não será feita menção ao nome da Escola, sendo usado um nome fictício de modo a preservar a identidade institucional.

Atenciosamente

São Paulo, 16 de Outubro de 2009.

____

Secretária Municipal de Educação

(carimbo da Secretária ou da escola)

APÊNDICE B

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

O senhor (a) foi convidado (a) a participar desse estudo, que tem como tema "Análise das resoluções de questões de Álgebra dos alunos do ProJovem (Programa Nacional de Inclusão de Jovens) no município de Itaquaquecetuba", por ser aluno do Programa referido. O objetivo dessa pesquisa é levantar, identificar, analisar e comparar os procedimentos e estratégias utilizadas por alunos do ProJovem do município de Itaquaquecetuba na resolução de questões de Álgebra Elementar.

Eu, Dartagnan Garcia Pimenta, portador do RG 25.770.999-X e do CPF 160.565.598-82 residente à Avenida São Lucas, nº 543, Bairro Jardim Nova Arujá, Arujá, São Paulo, aluno do Mestrado Acadêmico em Educação Matemática da Universidade Bandeirante de São Paulo - UNIBAN, Campus Marte, estou realizando um estudo sobre a Análise de erro em Álgebra dos alunos do ProJovem (Programa Nacional de Inclusão de Jovens) no município de Itaquaquecetuba, com orientação da Profª. Drª. Rosana Nogueira de Lima.

Em qualquer momento do estudo, o Sr.(a) terá acesso aos profissionais responsáveis pela pesquisa para esclarecimento de eventuais dúvidas. Os contatos poderão ser feitos por telefone (11) 4653-1386 ou (11) 7458-5491 (11) 8210-9949 ou via e-mail dartamat@yahoo.com.br, rosananlima@gmail.com

Fica, portanto, estabelecido que o(a) Sr.(a) está participando de livre e espontânea vontade e que, se desejar, tem o direito de desistir de sua participação a qualquer momento. As informações nessa pesquisa serão mantidas em sigilo, garantindo, desta forma, seu anonimato. A divulgação dos resultados será utilizada somente para esta pesquisa.

Não haverá despesas pessoais para o participante em qualquer fase do estudo.

São Paulo, 16 de Outubro de 2009.

Dartagnan Garcia Pimenta

Profª. Drª. Rosana Nogueira de Lima

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Entendo que fui convidado(a) a participar como voluntário(a) dessa pesquisa e acredito ter sido suficientemente informado(a) segundo o que li e o que me foi explicado a respeito da mesma. Ficaram claros para mim quais os propósitos do estudo, as garantias de confidencialidade e de esclarecimentos permanentes bem com o fato de que minha participação é isenta de despesas.

Eu, ____, concordo voluntariamente em participar deste estudo e poderei retirar o meu consentimento a qualquer momento, antes ou durante o mesmo, sem penalidades ou perda de qualquer benefício que eu possa ter adquirido com a minha participação neste estudo.

Assinatura do participante: ____

RG:________________________

Declaro que obtive de forma apropriada e voluntária o Consentimento Livre e Esclarecido deste colaborador para a participação neste estudo.

Assinatura do pesquisador responsável pelo estudo.

____

São Paulo, ___/___/___

APÊNDICE C

Questões utilizadas do SARESP 2007

Questão 1

Qual é a simplificação da expressão $\frac{(x^2+3x)}{(x^2-9)}$, com $x \neq \pm 3$.

Questão 2

Considere as expressões:

$A = 2a + 4ba$ $B = 2a$

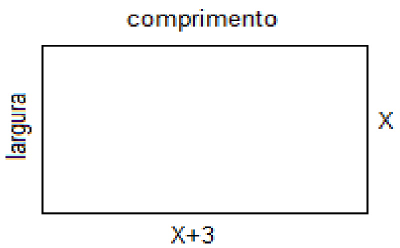
Qual o resultado da divisão de A por B ? Sendo $B \neq 0$, ou seja $a \neq 0$.

Questão 3

Quais são as raízes da equação $x^2 + 10x + 16 = 0$?

Questão 4

A área de um tapete retangular cujo comprimento tem 3 m a mais que a largura é 10 m^2. Qual sua largura, em metros?



Questão 5

A tabela abaixo mostra o número de horas que Lúcia assiste à televisão em relação ao número de dias:

Número de horas (h)	3	6	15	18
Número de dias (d)	1,0	2,0	5,0	6,0

Indica-se por **h**, o número de horas, e por **d,** o número de dias. Qual a sentença algébrica que relaciona, de forma correta, as duas grandezas?

Questão 6

Considere a sequência:

3; 7; 11; 15; 19; 23; ----------; n; -----

Como pode ser representado o número que vem imediatamente depois de n?

Questão 7

Qual a fatoração de $x^2 + 6x + 9$?

Questão 8

Do total de moedas que Fausto tinha em sua carteira, sabe-se que: o seu quíntuplo era igual ao seu quadrado diminuído de 6 unidades. Assim sendo, qual o número de moedas que Fausto tinha na carteira?