

Estudo de Vetores no R^3 :

Uma abordagem envolvendo conversões de registros semióticos, com auxílio do *software Cabri-Géomètre 3D*

Simone Navas Barreiro¹

Professora Doutora Monica Karrer²

Área do conhecimento: Ciências Humanas

Palavras-chave: Registros de representação semiótica. Livros didáticos. Vetores no R^3 . *Cabri 3D*.

INTRODUÇÃO

Este trabalho compõe um projeto intitulado “Vetores, Retas e Planos no R^3 : uma abordagem envolvendo conversões de registros semióticos com auxílio do *software Cabri 3D*”, fundamentado na teoria dos registros de representação semiótica de Duval (2003, 2006). Tendo em vista que, na visão deste pesquisador, o acesso a um objeto matemático requer necessariamente a utilização de registros de representação semiótica, um trabalho de exploração de suas diversas representações é primordial para a aprendizagem matemática. Como exemplos de registros de representação semiótica podem ser citados os registros gráfico, numérico, simbólico e da língua natural. O autor aponta que, para se transformar uma representação em outra, há dois tipos de operação: o tratamento e a conversão. Enquanto o tratamento é a transformação entre representações no interior de um mesmo registro, a conversão implica em uma transformação com mudanças de registros. É o caso, por exemplo, de se obter o gráfico de uma função a partir de seu registro algébrico. O autor revela que diversas dificuldades dos estudantes são ocasionadas pelo fato de o ensino de Matemática privilegiar um registro em detrimento de outros. Tal fato pode levar o estudante a confundir um objeto matemático com uma de suas representações e a apresentar problemas em situações que requeiram conversões. O pesquisador ainda alerta que, principalmente nos níveis mais avançados de ensino, o “enclausuramento” em um determinado registro tende a ser mais frequente.

Vários pesquisadores, tais como Pavlopoulou (2003) e Karrer (2006), apontaram certas dificuldades dos estudantes na disciplina de Geometria Analítica. Uma delas refere-se à realização de relações entre questões visuais e analíticas, o que conseqüentemente requer o estabelecimento de conversões que envolvem

representações provenientes do registro gráfico. Tal fato motivou a realização de uma análise de livros didáticos desta área, com o intuito de responder à seguinte questão: As abordagens dos livros didáticos de Geometria Analítica favorecem o estabelecimento de relações entre questões visuais e analíticas?

Com vistas a responder esta questão e, partindo de um levantamento dos livros didáticos mais citados nas referências da disciplina de Geometria Analítica de cursos de Licenciatura em Matemática de nove instituições nacionais de ensino superior, foi realizada uma análise de três livros didáticos, especificamente no conteúdo de vetores no R^3 . Tal análise foi norteada pela teoria dos registros de representação semiótica de Duval (2003, 2006), ou seja, foi realizado um levantamento dos registros mais presentes e das conversões mais requeridas, com atenção especial ao enfoque dado pelas obras analisadas às transformações que envolvem o registro gráfico. Com base nos resultados da teoria adotada e nos estudos de Pavlopoulou (2003) e Karrer (2006), tem-se por hipótese que os livros didáticos desta área não exploram satisfatoriamente os registros geométrico e gráfico, o que provavelmente intensifica as dificuldades detectadas nos estudantes. Por fim, neste trabalho foram elaboradas atividades sobre vetores no ambiente de geometria dinâmica *Cabri 3D*, com o intuito de explorar conversões que envolvem o registro gráfico.

OBJETIVOS

Tendo em vista as dificuldades dos estudantes em estabelecer relações entre aspectos visuais e analíticos, o objetivo principal desse trabalho consistiu em investigar

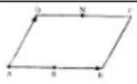

¹Estudante do Curso de Licenciatura em Matemática; e-mail: thesimon345@hotmail.com¹

²Professora da Universidade Bandeirante de São Paulo; e-mail: mkarrer@uol.com.br²

como os livros de Geometria Analítica, freqüentemente referenciados nos cursos de Licenciatura em Matemática, lidam com as conversões que envolvem o registro gráfico no conteúdo de vetores no \mathbb{R}^3 . Com isso, teve-se a intenção de verificar se eles favorecem o estabelecimento de relações entre aspectos visuais e analíticos no referido conteúdo. Além disso, como nenhum dos livros analisados integra recurso computacional geométrico, este trabalho também teve por meta a elaboração de atividades sobre vetores no ambiente de geometria dinâmica Cabri 3D.

METODOLOGIA

Para a elaboração deste trabalho, inicialmente foi realizado um estudo sobre a teoria dos registros de representação semiótica de Duval (2003, 2006). Em seguida, tomando por base os resultados de um levantamento presente no projeto global a respeito dos livros de Geometria Analítica mais referenciados nos cursos de Licenciatura em Matemática, foi realizada a análise do conteúdo de vetores de três livros didáticos desta área, a qual foi norteada por esta teoria. Foram identificados e classificados cinco tipos de registros, conforme exemplificado no quadro seguinte:

QUADRO 1: REGISTROS E REPRESENTAÇÕES (VETORES)	
Registros	Representações
Geométrico	 (Livro 2, p.10)
Gráfico	 (Livro 2, p. 27)
Simbólico	Simbólico-algébrico: $\vec{v} = (x, y, z)$ (Livro 3, p. 104) Simbólico: (A,B)~(B,A) (Livro 1, p. 3)
Língua natural	Emprego comum ... Portanto, com origem em cada ponto do espaço... (Livro 2, p. 5) Emprego especializado Quaisquer que sejam os segmentos orientados (A,B), (C,D) e (E,F) (A,B) ~ (C,D) \rightarrow (C,D) ~ (A,B) (Propriedade Simétrica) (Livro 1, p.3)
Numérico	$4(1, -2) = (4(1), 4(-2)) = (4, -8)$ (Livro 3, p. 103)

Após esta classificação, foi realizado um levantamento da frequência de cada registro, tanto na parte teórica como na seção de exercícios propostos no conteúdo de vetores. Com base neste levantamento, foram realizadas análises quantitativas e qualitativas da abordagem de cada livro. Com relação aos exercícios propostos, também foi observado que tipo de conversão era apresentado explicitamente nos seus enunciados.

Desta forma, foi possível constatar como cada obra lidava com o registro gráfico e se estas favoreciam ou não o estabelecimento de relações entre questões visuais e analíticas no conteúdo analisado. Por fim, foi realizado um estudo do *software* de geometria dinâmica Cabri 3D, o qual culminou na elaboração de uma proposta de atividades que procuraram explorar estas relações.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para a apresentação dos resultados, os livros analisados serão identificados por Livro 1, Livro 2 e Livro 3. No Livro 1, detectou-se que os registros mais utilizados são o da língua natural, presente na maioria dos enunciados, e o simbólico. Na parte teórica, houve pouca utilização dos registros geométrico e gráfico. Nos exercícios propostos, estes registros sequer foram mencionados. Notou-se, também, pouca exploração do registro numérico. Com isso, as conversões ficaram limitadas principalmente aos registros da língua natural e simbólico.

No Livro 2, especificamente na parte teórica, o autor apresenta uma diversificação maior de registros se comparado com o Livro 1, porém, a língua natural e o registro simbólico são novamente os mais frequentes. Quanto aos enunciados dos exercícios propostos, notou-se uma predominância de indicação de uso do registro algébrico para suas resoluções. Nesta seção, verificou-se que não há qualquer indicação explícita para o estabelecimento de conversões envolvendo os registros geométrico e gráfico. Avaliando as respostas destes exercícios dadas pelo autor ao final de cada capítulo, confirmou-se a sua intenção em privilegiar os registros simbólico-algébrico e numérico, uma vez que todas as resoluções foram realizadas nestes registros.

A análise do Livro 3 revelou uma abordagem diferente das encontradas nos livros anteriores. Com relação à sua parte teórica, observou-se uma preocupação do autor em propor situações em que os registros do objeto matemático vetor são utilizados simultaneamente, favorecendo a atividade de conversão. Em contrapartida, nos exercícios desta mesma obra, não há uma indicação da utilização simultânea dos diversos registros, privilegiando tratamentos no interior do registro simbólico. Os registros geométrico, gráfico e da língua especializada, que estão presentes na parte teórica, praticamente não são solicitados na seção de exercícios propostos. Cabe ainda ressaltar que nenhum dos livros analisados mencionou a possibilidade de utilização de *software* geométrico.

Desta forma, observamos que, a despeito das diferenças e especificidades de abordagem, os três livros privilegiam os registros simbólico, numérico e da língua natural. Ainda, os registros geométrico e gráfico praticamente não são explorados, principalmente quando a análise se voltou à seção dos exercícios propostos.

Tal constatação ilustra a afirmação de Duval com relação ao fato de o ensino de Matemática privilegiar determinados registros, fato que provavelmente contribui para as dificuldades dos estudantes em situações nas quais as relações entre diferentes registros são necessárias.

Como última etapa deste trabalho, foi realizado um estudo do *software* Cabri 3D, o qual motivou a elaboração de situações envolvendo conversões com o registro gráfico. Por exemplo, tomando por base o sistema usual de coordenadas cartesianas ortogonais, uma das atividades elaboradas consistiu em fornecer um ambiente favorável para a experimentação. Por meio da manipulação do vetor, era possível detectar as condições necessárias para ele pertencer a cada um dos planos coordenados (xOy , xOz ou yOz) ou a cada um dos eixos (x , y ou z). Desta forma, a tarefa envolveu conversões entre os registros gráfico e numérico, favorecidas pelo dinamismo do ambiente computacional adotado.

CONCLUSÕES

Com base nos resultados da teoria dos registros de representação semiótica de Duval (2003, 2006) e considerando as dificuldades dos estudantes quanto ao estabelecimento de relações entre questões visuais e analíticas detectadas nos estudos de Pavlopoulou (1993) e Karrer (2006), foi elaborado um estudo dos livros didáticos de Geometria Analítica frequentemente citados nas referências dos cursos de Licenciatura em Matemática. Este estudo teve por objetivo a realização de um levantamento dos registros presentes e das conversões mais requeridas especificamente no conteúdo de vetores. Pretendia-se, com esta pesquisa, avaliar se os livros didáticos contribuíam para as dificuldades detectadas nos estudantes. Constatou-se que tais obras, embora com diferenças de abordagem, privilegiam os registros simbólico, numérico e da língua natural. Os registros geométrico e gráfico praticamente não estão presentes nos exercícios propostos e, conseqüentemente, as conversões que os envolvem não são satisfatoriamente exploradas. Desta forma, concluímos que as abordagens dos livros didáticos analisados não favorecem o estabelecimento de relações entre questões visuais e analíticas no conteúdo de vetor.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ANTON, Howard; RORRES, Chris. *Álgebra Linear com Aplicações*. 8ªed. Porto Alegre: Editora Bookman, 2002.
- BOULOS, P., CAMARGO, I. *Geometria Analítica: um tratamento vetorial*. 3ª ed. São Paulo: Prentice Hall, 2005.
- DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: MACHADO, S.D.A. *Aprendizagem em Matemática: Registros de representação semiótica*. Campinas: Papirus, 2003. p. 11-33.
- DUVAL, R. A cognitive analysys of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, Springer, 61: 103-131, 2006.
- KARRER, M. *Articulação entre Álgebra Linear e Geometria: um estudo sobre as transformações lineares na perspectiva dos registros de representação semiótica*. São Paulo, 2006. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Programa de estudos pós-graduados em Educação matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.
- PAVLOPOULOU, K. Un problème décisive pour l'apprentissage de l'algèbre linéaire: La coordination des registres de représentation. *Annales de didactique et de Sciences cognitives*, n. 5, 1993, p. 67-93.
- STEINBRUCH, A; WINTERLE, P. *Geometria Analítica*. São Paulo: Makron Books do Brasil, 1987.